

บทที่ 1: บทนำ

โครงสร้างแบบอินดีเทอร์มิเนท (Indeterminate Structure) คือ

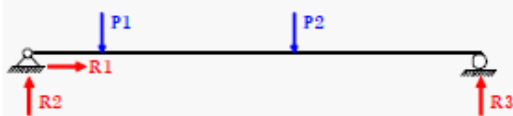
- โครงสร้างที่ไม่สามารถวิเคราะห์หาแรงภายในหรือภายนอกโครงสร้าง โดยใช้สมการสมดุลเพียงอย่างเดียว
- ต้องอาศัยคุณสมบัติอื่นๆ ของโครงสร้าง มาช่วยในการวิเคราะห์ เช่น คุณสมบัติทางด้านการเสวยรูป (Deformation) ของโครงสร้าง

การวิเคราะห์โครงสร้างแบบอินดีเทอร์มิเนทจึงต้องใช้ทั้งความรู้

- เรื่องสมดุลของแรงและ
- เรื่องการคำนวณหาการเสวยรูปของโครงสร้าง

ตัวอย่างโครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท (1)

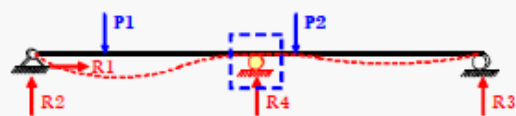
• โครงสร้างดีเทอร์มิเนท



• คานช่วงเดียว (Simple Beam)

- แรงภายนอก = 3 แรง
- สมการสมดุล = 3 สมการ
- ใช้สมการสมดุลอย่างเดียวก็อพอ
- คำนวณหาแรงที่ฐานได้
- คำนวณหาแรงภายในได้ (M, V)

• โครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท

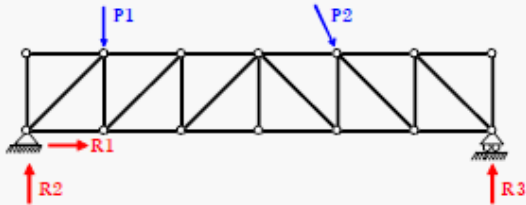


• คานต่อเนื่อง (Continuous Beam)

- แรงภายนอก = 4 แรง
- สมการสมดุล = 3 สมการ
- ใช้สมการสมดุลอย่างเดียวก็อพอ
- ต้องใช้การคำนวณการเสวยรูปของโครงสร้าง ช่วยแก้ปัญหา (Deflection, Rotation)
- ในกรณีนี้ Deflection ที่ฐานกลางต้อง = 0

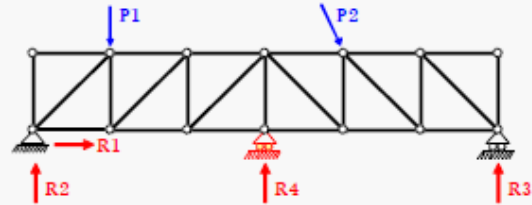
ตัวอย่างโครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท (2)

• โครงสร้างดีเทอร์มิเนท



- โครงสร้างข้อหมุด (Truss)
 - แรงภายนอก = 3 แรง
 - สมการสมดุล = 3 สมการ
- ใช้สมการสมดุลอย่างเดียวก็นำไปหาคำตอบได้
 - คำนวณหาแรงที่ฐานได้
 - คำนวณหาแรงภายในได้ (N)

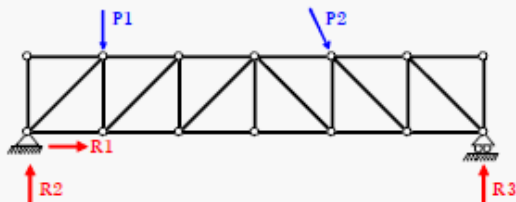
• โครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท



- โครงสร้างข้อหมุด ที่มีฐานรอง 3 ฐาน
 - มีฐานรองรับเพิ่ม (เกินความจำเป็น)
 - อินดีเทอร์มิเนทภายนอก (Externally)
- ใช้สมการสมดุลอย่างเดียวไม่เพียงพอ
 - ต้องใช้การคำนวณการเสีรูปของโครงสร้างช่วยแก้ปัญหา

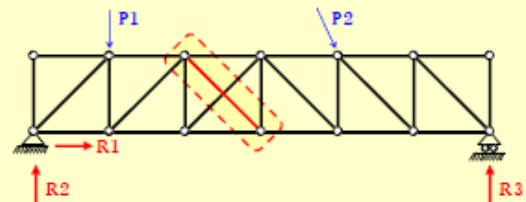
ตัวอย่างโครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท (3)

• โครงสร้างดีเทอร์มิเนท



- โครงสร้างข้อหมุด (Truss)
 - แรงภายนอก = 3 แรง
 - สมการสมดุล = 3 สมการ
- ใช้สมการสมดุลอย่างเดียวก็นำไปหาคำตอบได้
 - คำนวณหาแรงที่ฐานได้
 - คำนวณหาแรงภายในได้ (N)

• โครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท



- มีชิ้นส่วนภายในเพิ่ม 1 ชิ้น
 - ชิ้นส่วนนี้เกินความจำเป็น (redundant)
 - อินดีเทอร์มิเนทภายใน (Internally)
- ใช้สมการสมดุลอย่างเดียวไม่เพียงพอ
 - ต้องใช้การคำนวณการเสีรูปของโครงสร้างช่วยแก้ปัญหา

อันดับความเป็นโครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท (Degree of Static Indeterminacy, °SI)

- โครงสร้างดีเทอร์มิเนท
 - มีจำนวนแรงภายนอกและแรงภายในพอดีที่จะทำให้โครงสร้างนั้นมีเสถียรภาพได้
- โครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท
 - ซึ่งก็คือมีจำนวนแรงภายนอกและ/หรือแรงภายในเกินความจำเป็น ที่จะทำให้โครงสร้างนั้นมีเสถียรภาพ
 - จำนวนแรง > จำนวนแรงในโครงสร้างดีเทอร์มิเนท
 - แรงที่เกินความจำเป็นสำหรับเสถียรภาพของโครงสร้าง มีชื่อว่า “แรงส่วนเกิน (Redundant Forces)”
- °SI = จำนวนแรงส่วนเกิน
 - โครงสร้างดีเทอร์มิเนทจึงมี °SI = 0

วิธีการนับ


อันดับความเป็นโครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท (°SI)

- โครงสร้างอินดีเทอร์มิเนทแบ่งได้เป็น 3 ประเภท
 - Internally Indeterminate (แรงส่วนเกินเป็นแรงภายใน)
 - Externally Indeterminate (แรงส่วนเกินเป็นแรงภายนอก)
 - Internally and externally Indeterminate (แรงส่วนเกินเป็นแรงภายในและภายนอก)
- วิธีการนับ °SI มีอยู่หลายวิธี ในที่นี้จะกล่าวถึง 2 วิธี คือ
 1. วิธีการสังเกตและเปรียบเทียบกับโครงสร้างที่ดีเทอร์มิเนทที่คล้ายกัน
 - เหมาะสำหรับโครงสร้างง่ายๆ ที่ไม่สลับซับซ้อน
 2. วิธีการคำนวณจากจำนวนสมการสมดุลและจำนวนแรงที่ไม่ทราบค่า
 - ใช้กับโครงสร้างที่สลับซับซ้อนได้

วิธีที่ 1: วิธีการสังเกตและเปรียบเทียบ กับโครงสร้างที่ตีเทอร์มิเนทที่คล้ายกัน

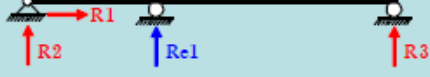
- ก) พิจารณาโครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท
- ข) วิเคราะห์ดูว่าใกล้เคียงกับโครงสร้างตีเทอร์มิเนทที่เรารู้จักแบบไหน
- ค) เปรียบเทียบจำนวนแรงในโครงสร้าง ก) และ ข) หาจำนวนแรงที่แตกต่างกัน (Redundant forces)
- ง) จำนวนแรง redundant = °SI

- **Determinate Structures**

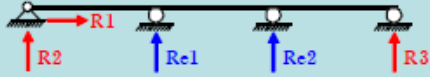


Simple Beam

- **Indeterminate Structures**




Continuous Beam (Externally, °SI = 1)



Continuous Beam (Externally, °SI = 2)


ตัวอย่างการใช้วิธีที่ 1 (1)

- **Determinate Structures**




Cantilever Beam

- **Indeterminate Structures**




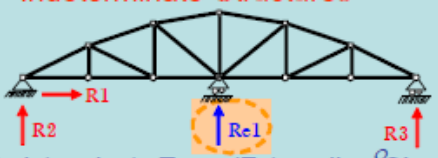
Prop Cantilever Beam (Externally, °SI = 1)



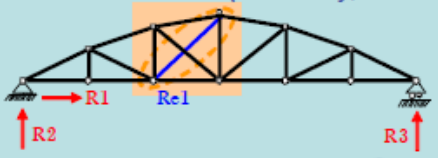
Prop Cantilever Beam (Externally, °SI = 2)

ตัวอย่างการใช้วิธีที่ 1 (2)

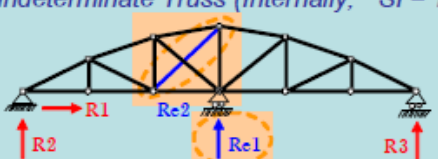
- Determinate Structures**


Simple Truss
- Indeterminate Structures**


Indeterminate Truss (Externally, $^{\circ}SI = 1$)

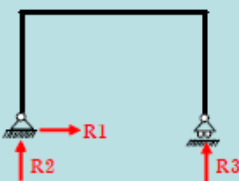


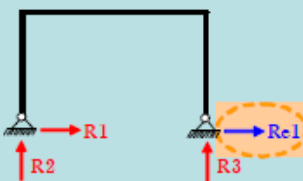
Indeterminate Truss (Internally, $^{\circ}SI = 1$)



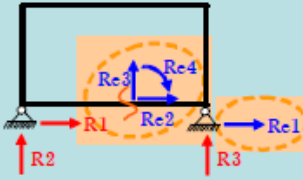
Indeterminate Truss (Ex. & In., $^{\circ}SI = 1+1=2$)

ตัวอย่างการใช้วิธีที่ 1 (3)

- Determinate Structures**


Simple Frame
- Indeterminate Structures**


Frame (Externally, $^{\circ}SI = 1$)



Frame (Externally & Internally, $^{\circ}SI = 1+3 = 4$)

วิธีที่ 2: วิธีการคำนวณจากจำนวนสมการสมดุล และจำนวนแรงที่ไม่ทราบค่า

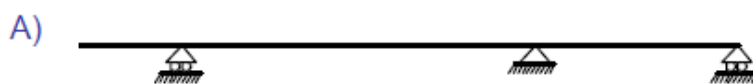
- อันดับความเป็นโครงสร้างอินดีเทอริมีเนท ($^{\circ}SI$) = จำนวนแรงส่วนเกิน (Redundant Forces)
- หา $^{\circ}SI$ ได้จากจำนวนสมการสมดุลและจำนวนแรงที่ไม่ทราบค่า

Type of Structure	No.'s of External Redundant	No.'s of Internal Redundant	No.'s of Redundant (N_{RE})
Beam & Frame	$r - 3$	$3m - 3j + 3$	$r + 3m - 3j$
Truss	$r - 3$	$m - 2j + 3$	$r + m - 2j$

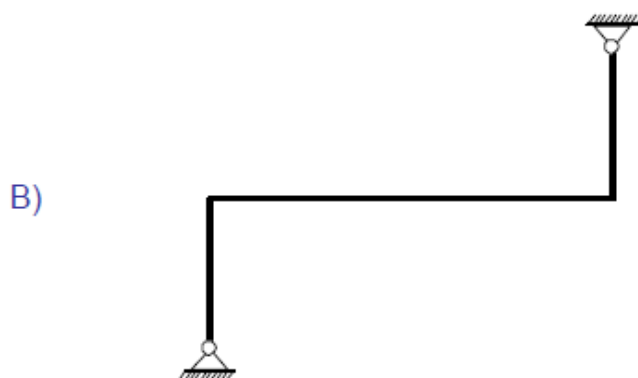
โดยที่ m = จำนวนชิ้นส่วน (Member); j = จำนวนข้อต่อ (Joints)
 และ r = จำนวนแรงปฏิกิริยาที่ฐาน (Reactions)

ตัวอย่างการใช้วิธีที่ 2 (1)

- จงหาจำนวน $^{\circ}SI$ ของโครงสร้างต่อไปนี้



Ans External = 1

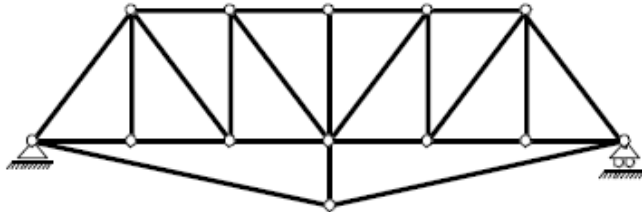


Ans External = 1

ตัวอย่างการใช้วิธีที่ 2 (2)

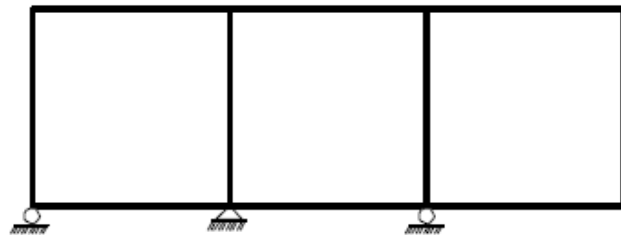
- จงหาจำนวน °SI ของโครงสร้างต่อไปนี้

C)



Ans Internal = 1

D)



Ans Internal = 9

External = 1

Total = 10

ความรู้ที่ต้องการในการวิเคราะห์ โครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท

- โครงสร้างอินดีเทอร์มิเนท
 - จำนวนแรงที่ไม่ทราบค่า (Unknowns) > จำนวนสมการสมดุล (Equations)
- ต้องการสมการช่วย → การคำนวณหาการเสีรูปของโครงสร้าง

- ในการวิเคราะห์โครงสร้างอินดีเทอร์มิเนทจึงต้องใช้

– สมการสมดุล $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M_o = 0, \dots$

– สมการหาการเสีรูปของโครงสร้าง

เช่น วิธี Moment-Area, Virtual Work, Castigliano's, Conjugate Beam ,

....

แบบฝึกหัด 1.1

1. จงหาประเภทของโครงสร้างต่อไปนี้ (แบบอินดีเทอร์มิเนทภายนอกหรือภายใน หรือทั้งภายในและภายนอก) และหาดีกรีของอินดีเทอร์มิเนทของโครงสร้าง

