

หน่วยที่ 4

การหาแรงภายในโครงถัก

สาระการเรียนรู้

- เรื่องที่ 4.1 ความหมายและส่วนประกอบของโครงถัก
- เรื่องที่ 4.2 ประเภทของโครงถัก
- เรื่องที่ 4.3 สมมุติฐานในการวิเคราะห์โครงถัก
- เรื่องที่ 4.4 พฤติกรรมของโครงถัก
- เรื่องที่ 4.5 แรงภายในชิ้นส่วนของโครงถักและเครื่องหมายแทนแรง
- เรื่องที่ 4.6 การหาแรงภายในโครงถัก

สาระสำคัญ

โครงถัก (Truss) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าโครงข้อหมุน เป็นโครงสร้างที่เกิดขึ้นจากการนำเอาชิ้นส่วนหรือว่าองค์อาคารมาประกอบเข้าด้วยกันเป็นรูปทรงเรขาคณิต มีวัตถุประสงค์เพื่อให้ได้โครงสร้างที่มี น้ำหนักเบาแต่สามารถรับน้ำหนักได้มากและวางพาดช่วงยาวๆ ได้ อย่างเช่น โครงสร้างหลังคาของโรงงาน โรงอาหาร หอประชุม อิมเจอร์รี่ ฯลฯ รวมทั้งสะพานและอาคารพิเศษอื่นๆ ด้วย โครงถักโดยทั่วไปจะทำจากเหล็ก รูปพ วรรณหรือไม้ ในการออกแบบโครงถักจะต้องทราบแรงที่เกิดขึ้นภายในชิ้นส่วนแต่ละชิ้นที่นำมาประกอบเป็นโครงถัก ซึ่งการวิเคราะห์หาแรงภายในโครงถักสามารถหาได้สองวิธีใหญ่ๆ คือ วิธีการคำนวณ และวิธีการเขียนรูป ซึ่งในหน่วยเรียนนี้จะกล่าวถึงเฉพาะวิธีการคำนวณเท่านั้น

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อศึกษาหน่วยที่ 4 แล้ว สามารถ

1. อธิบายความหมายและส่วนประกอบของโครงถักได้
2. อธิบายประเภทของโครงถักได้
3. อธิบายสมมุติฐานในการวิเคราะห์โครงถักได้
4. อธิบายพฤติกรรมของโครงถักได้
5. บอกชนิดของแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถักและเครื่องหมายแทนแรงได้
6. คำนวณหาแรงภายในโครงถักโดยวิธีคำนวณจุดต่อได้
7. คำนวณหาแรงภายในโครงถักโดยพิจารณาส่วนตัดได้

หน่วยที่ 4

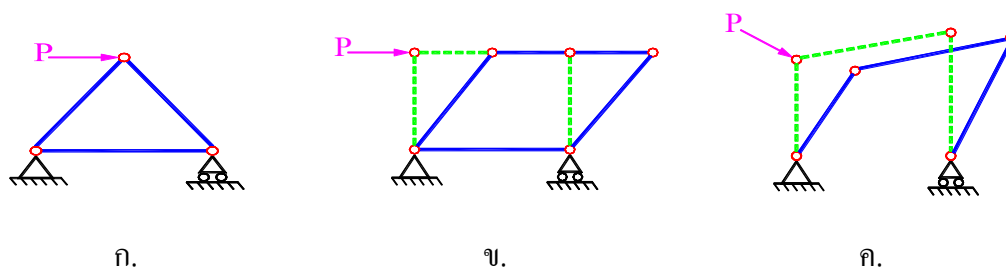
การหาแรงภายในโครงถัก

4.1 ความหมายและส่วนประกอบของโครงถัก (Truss)

4.1.1 ความหมายของโครงถัก

โครงถัก (Truss) คือ การนำเอาชิ้นส่วนมาประกอบขึ้นเป็นรูปโครงสร้างแบบต่างๆ โดยยึดปลายทั้งสองของชิ้นส่วนต่างๆ ให้ยึดติดกันและสามารถถ่ายแรงให้กันได้อย่างมีประสิทธิภาพ การใช้หมุดย้ำหรือการใช้น็อต โครงสร้างที่นิยมทำเป็นโครงถัก เช่น โครงสร้างสะพาน โครงหลังคา ฯลฯ

รูปทรงพื้นฐานของโครงถัก คือ รูปสามเหลี่ยมที่ประกอบด้วยชิ้นส่วนอย่างน้อย 3 ชิ้น โดยยึดปลายของชิ้นส่วนด้วยหมุดย้ำ ดังแสดงในรูปที่ 4.1(ก) ซึ่งโครงถักลักษณะแบบนี้จะทำให้ได้รูปทรงสามเหลี่ยมที่ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงรูปร่างได้ แม้ว่าจะมีแรงมากระทำต่อโครงถักนี้ จัดได้ว่าเป็นโครงถักที่มีเสถียรภาพมาก ส่วนโครงถักตามรูปที่ 4.1(ข) และ 4.1(ค) เป็นโครงถักที่มีรูปทรงสี่เหลี่ยมเมื่อมีแรงมากระทำจะทำให้โครงถักเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างได้ จัดได้ว่าเป็นโครงถักที่ไม่มีเสถียรภาพ

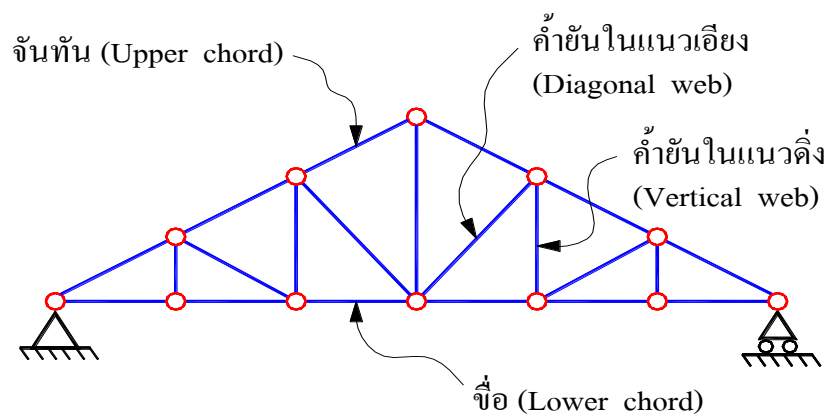


รูปที่ 4.1 แสดงโครงถักแต่ละรูปทรงเมื่อมีแรงกระทำ

4.1.2 ส่วนประกอบของโครงถัก

โครงถักที่เป็นโครงถัก (Truss) จะประกอบด้วยชิ้นส่วนหลายชิ้นมารวมกันเป็นโครงถักรูปแบบต่างๆ ซึ่งสามารถกำหนดชื่อเรียกส่วนประกอบต่างๆ ได้ 4 ชนิด คือ

- 1) จันทัน (Upper Chord)
- 2) ช่อ (Lower Chord)
- 3) ค้ำยันในแนวดิ่ง (Vertical Web)
- 4) ค้ำยันในแนวเอียง (Diagonal Web)



รูปที่ 4.2 แสดงส่วนประกอบของโครงถัก

4.2 ประเภทของโครงถัก

4.2.1 ประเภทของโครงถัก (Truss)

ประเภทของโครงถักสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ

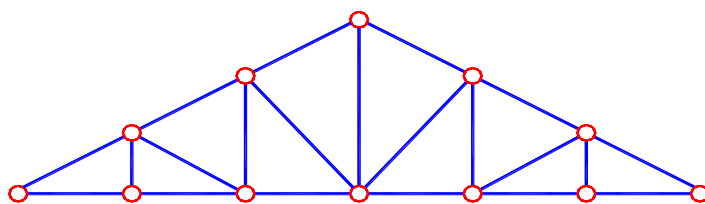
- 1) โครงถักอย่างง่ายหรือแบบดีเทอร์มิเนตติกส์ (Statically Determinate Truss) เป็นโครงถักที่สามารถวิเคราะห์หาค่าแรงต่างๆ ได้ด้วยสมการสมดุล
- 2) โครงถักอย่างยากหรือแบบอินดีเทอร์มิเนตติกส์ (Statically Indeterminate Truss) เป็นโครงถักที่ไม่สามารถหาค่าแรงต่างๆ ด้วยสมการสมดุลได้ ต้องใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ขั้นสูงมาคำนวณหา

สำหรับในหน่วยเรียนนี้จะกล่าวถึงเฉพาะโครงถัก อย่างง่ายหรือแบบดีเทอร์มิเนตติกส์ เท่านั้น

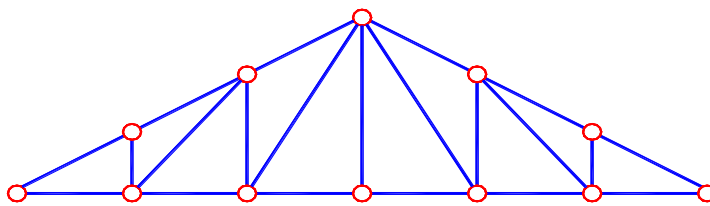
4.2.2 รูปแบบของโครงถัก

รูปแบบของโครงถักอาจแบ่งตามประเภทและลักษณะการใช้งานได้ 2 ประเภท คือ

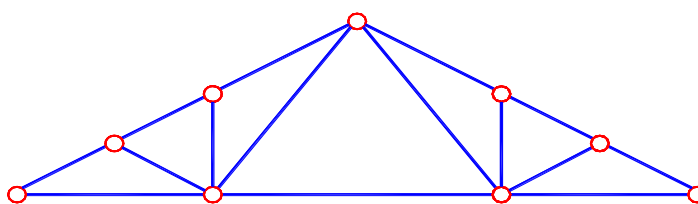
4.2.2.1 โครงถักแบบโครงหลังคา มีรูปแบบที่นิยม ดังนี้



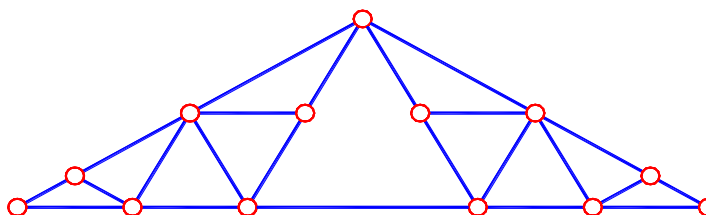
ก. แบบโฮว์ (Howe Truss)



ข. แบบเพรท (Pratt Truss)



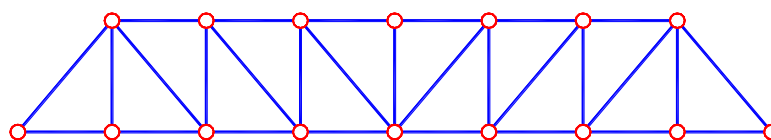
ค. แบบเฟ้น (Fan Truss)



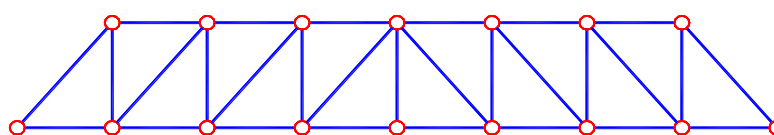
ง. แบบฟิงค์ (Fink Truss)

รูปที่ 4.3 แสดงโครงถักแบบโครงหลังคา

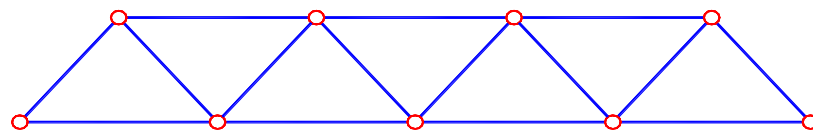
4.2.2.2 โครงถักแบบโครงสะพาน มีรูปแบบที่นิยม ดังนี้



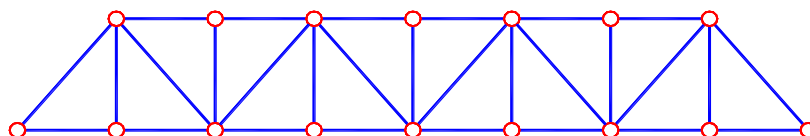
ก. แบบโฮว (Howe Truss)



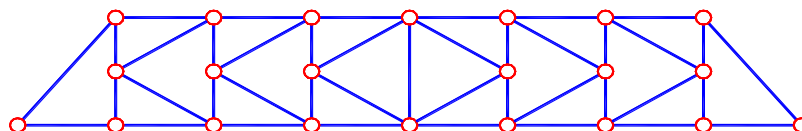
ข. แบบเพรท (Pratt Truss)



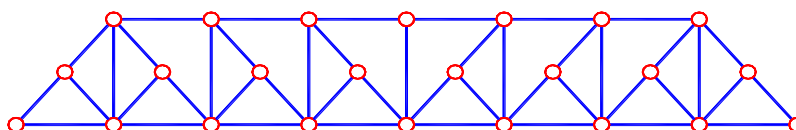
ก. แบบวอร์เรน (Warren Truss)



ง. แบบวอร์เรนมีค้ำยันแนวดิ่ง (Warren Truss with Vertical)



จ. แบบเค (K – Truss)



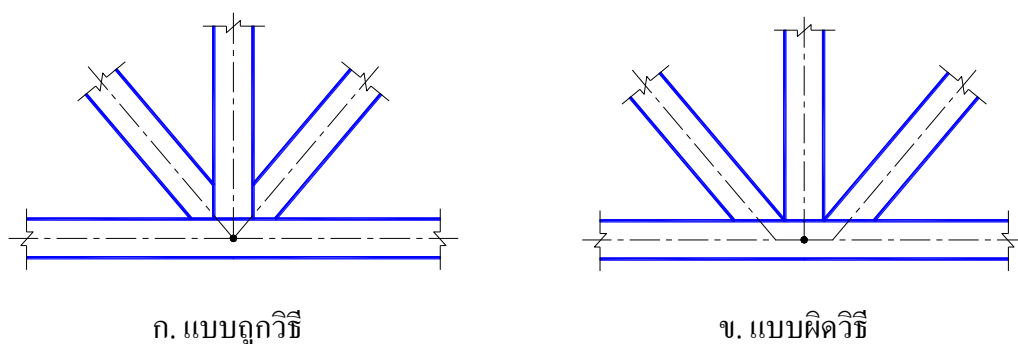
ฉ. แบบบอลติมอร์ (Baltimore)

รูปที่ 4.4 แสดงโครงถักแบบสะพาน

4.3 สมมุติฐานในการวิเคราะห์โครงถัก

ในการวิเคราะห์หาแรงภายในที่เกิดขึ้นในโครงถัก มีความจำเป็นที่จะต้องมีการตั้งข้อสมมุติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์เพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้องและใกล้เคียงกับความเป็นจริง ให้มากที่สุด โดยมีข้อสมมุติฐานที่สำคัญ ดังนี้

- 1) ชิ้นส่วนทุกชิ้นในโครงถักจะต้องมีความยาวเป็นเส้นตรง
- 2) แนวเส้นทแยงของแต่ละชิ้นส่วนที่ต่อกันจะพบกันที่จุดศูนย์กลางของรอยต่อของชิ้นส่วน

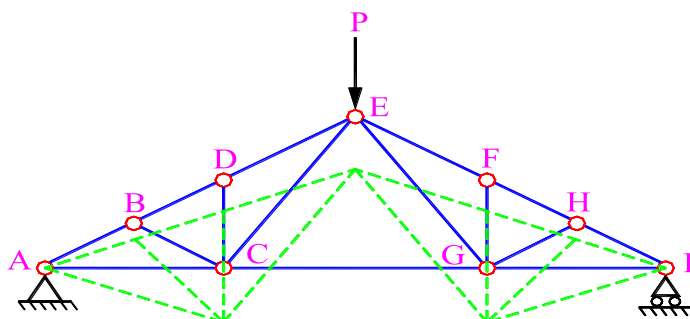


รูปที่ 4.5 แสดงแนวแรงของชิ้นส่วน

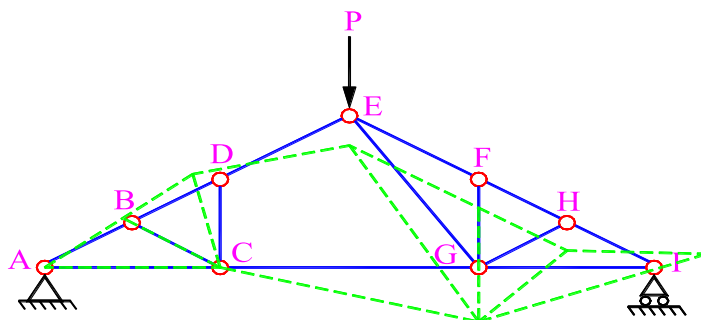
- 3) น้ำหนักของชิ้นส่วนแต่ละชิ้นมีค่าน้อยมากในการวิเคราะห์จะไม่นำมาเป็นองค์ประกอบในการพิจารณา
- 4) น้ำหนักบรรทุกทุกที่กระทำกับโครงถักจะเป็นน้ำหนักแบบน้ำหนักกระทำเป็นจุด (Point Load) ที่ตำแหน่งของข้อต่อเท่านั้น

4.4 พฤติกรรมของโครงถัก

ในการออกแบบและการวิเคราะห์หาแรงภายในโครงถักจำเป็นต้องออกแบบให้โครงถักมีเสถียรภาพไม่เปลี่ยนแปลงรูปร่างหรือไม่เกิดการบิดเสียรูป ซึ่งรูปทรงทางเรขาคณิตที่ดีที่สุด คือ พิจารณาให้เป็นรูปสามเหลี่ยมหลาย ๆ รูปต่อกัน ตามรูปที่ 4.6 เมื่อมีแรงมากระทำกับ โครงถักก็จะเกิดพฤติกรรมการแอ่นตัวตามรูป



รูปที่ 4.6 แสดงพฤติกรรมของโครงถักเมื่อรับแรง



รูปที่ 4.7 แสดงพฤติกรรมของโครงถักกรณีที่ไม่มีชิ้นส่วน CE

จากรูปที่ 4.7 กรณีโครงถักที่ไม่มีชิ้นส่วน CE จะทำให้โครงถักขาดเสถียรภาพ เพราะรูปทรงของโครงถักมีรูปสี่เหลี่ยม CDEG ทำให้โครงถักเมื่อรับแรงจะเกิดการเสียรูปค้ ่อนข้างมาก และพังเสียหายในที่สุด

สรุป หลักการออกแบบโครงถัก กที่ดีและมี เสถียรภาพ จะต้องทำให้โครงถักเป็นรูปสามเหลี่ยม (Triangle) เพื่อให้เกิดการยึดรั้ง (Rigid)

4.5 แรงภายในชิ้นส่วนของโครงถักและเครื่องหมายแทนแรง

แรงภายในชิ้นส่วนของโครงถัก โดยทั่วไปเมื่อทำการวิเคราะห์ แรงภายในชิ้นส่วนมี 2 แรง คือ แรงดึง (Tension ; T) และแรงอัด (Compression ; C) และสามารถใช้เครื่องหมายแทนแรงได้ ดังนี้

ตารางที่ 4.1 แสดงสัญลักษณ์และเครื่องหมายที่ใช้แทนแรง

ชนิดแรง	สัญลักษณ์ตัวอักษร	เครื่องหมาย	สัญลักษณ์หัวลูกศร
แรงดึง (Tension)	T	+ (เครื่องหมายบวก)	
แรงอัด (Compression)	C	- (เครื่องหมายลบ)	

4.6 การหาแรงภายในโครงถัก

การวิเคราะห์หาแรงภายในที่เกิดขึ้นในโครงถัก สามารถแบ่งได้เป็น 3 วิธี คือ

- 1) วิธีกราฟฟิก (Graphical Methods)
- 2) วิธีคำนวณจุดต่อ (Joint Methods)
- 3) วิธีคำนวณส่วนตัด (Section Methods)

สำหรับในบทนี้จะกล่าวถึงเฉพาะวิธีคำนวณจุดต่อ (Joint Methods) และวิธีคำนวณส่วนตัด (Section Methods) เท่านั้น เพราะทั้งสองวิธีจะให้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องและใกล้เคียงความจริงมากที่สุด ส่วนวิธีกราฟฟิกเป็นวิธีที่หาค่าแรงภายในโดยประมาณเท่านั้นและมีความคลาดเคลื่อนค่อนข้างมาก

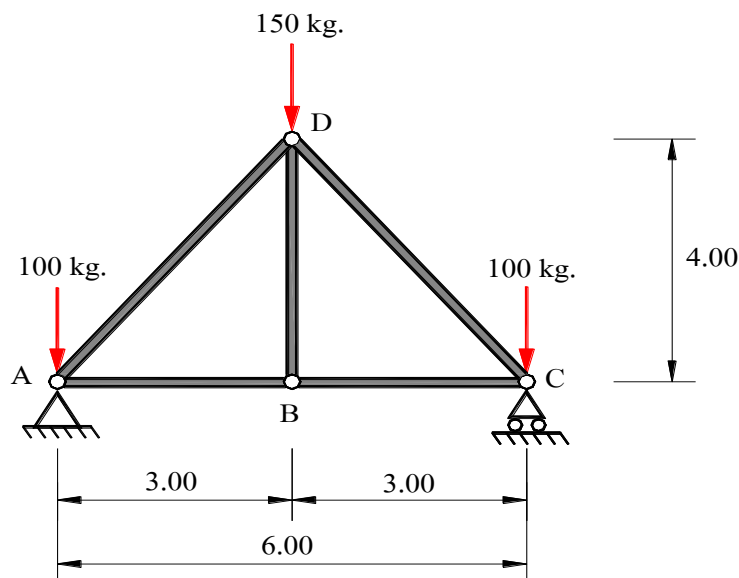
4.6.1 วิธีคำนวณจุดต่อ (Joint Methods)

การคำนวณหาแรงภายในโดยวิธีคำนวณจุดต่อ มีหลักการคำนวณ คือ ให้พิจารณาจุดต่อที่มีตัวไม่ทราบค่าเพียงสองตัว และใช้สมการสมดุล $\sum F_x = 0$ และ $\sum F_y = 0$ แก้สมการหาค่าแรงที่ไม่ทราบค่า

ขั้นตอนการคำนวณหาแรงภายในโครงถักโดยวิธีจุดต่อ มีขั้นตอนดังนี้

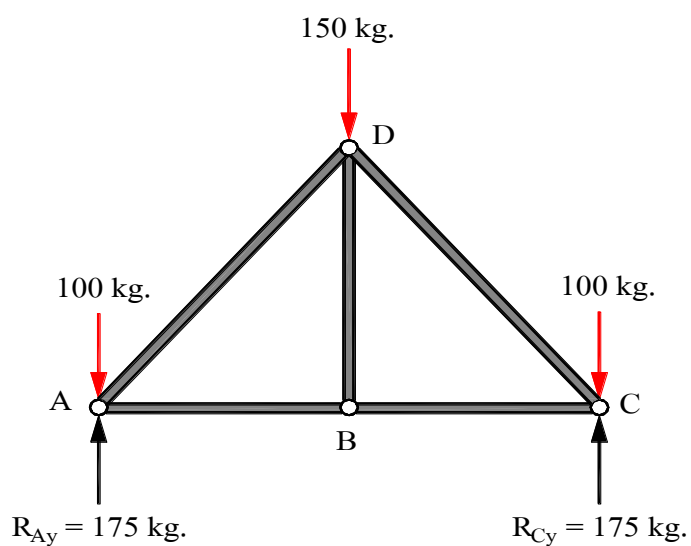
- 1) คำนวณหาค่าแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับของโครงถัก
- 2) เขียนผังอิสระของแรง (F.B.D.)
- 3) พิจารณาจุดต่อที่มีตัวไม่ทราบค่าไม่เกินสองตัว โดยสมมติให้แรงที่ยังไม่ทราบค่าเป็นแรงดึงไว้ก่อน
- 4) แยกแรงที่เอียงให้อยู่ในแนวแกน X และแกน Y
- 5) ใช้สมการสมดุล $\sum F_x = 0$ และ $\sum F_y = 0$ คำนวณหาตัวไม่ทราบค่า โดยกำหนดให้แรงที่มีทิศทางขึ้นและทิศทางไปทางขวามีค่าเป็นบวก และแรงที่มีทิศทางลงและทิศทางไปทางซ้ายมีค่าเป็นลบ ถ้าแรงที่คำนวณได้มีค่าติดลบแสดงว่าสมมติหัวลูกศรผิด ให้กลับหัวลูกศรของแรงนั้นแล้วจึงคำนวณหาค่าแรงต่อไป
- 6) เมื่อทราบค่าแรงภายในที่จุดต่อแรกแล้ว ให้พิจารณาจุดต่อที่สองที่อยู่ติดกัน และมีตัวไม่ทราบค่าไม่เกินสองตัว เพื่อคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถักที่เหลือให้ครบ

ตัวอย่างที่ 4.1 จงหาแรงภายใน โครงถักซึ่งรับแรงดังแสดงในรูป โดยวิธี คำนวณจุดต่อ (Joint Method)



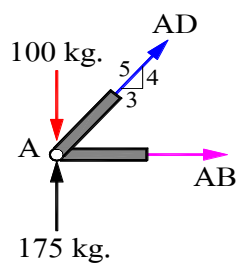
วิธีทำ

หาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับของโครงถัก จากรูปจะเห็นว่าโครงถักมีลักษณะและการรับแรงสมมาตรทั้ง 2 ข้าง สามารถหาแรงปฏิกิริยาได้ง่ายๆ โดยเอาน้ำหนักกระทำทั้งหมดรวมกันแล้วหารสอง จะได้แรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับทั้ง 2 จุด



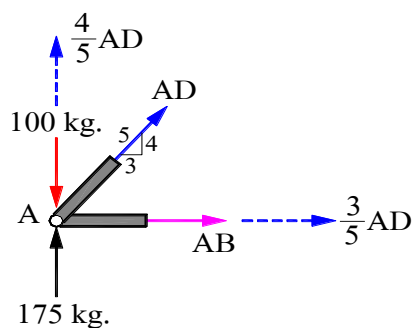
$$R_{Ay} = R_{Cy} = \frac{(100 + 150 + 100)}{2} = 175 \text{ kg. } \uparrow$$

พิจารณา จุด A



$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} 4 \\ \triangle \\ 3 \end{array} \quad c \\
 c = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} \\
 c = \sqrt{25} \\
 c = 5.00
 \end{array}$$

เลือกพิจารณาแนวที่มีตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวก่อน



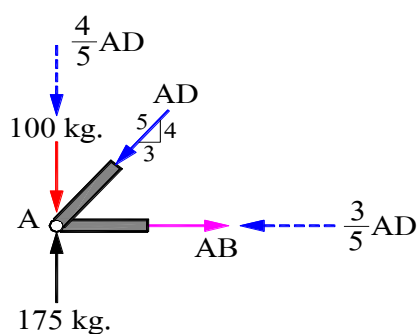
$$\begin{aligned}
 \sum F_y &= 0 ; \quad \uparrow + \\
 175 - 100 + \frac{4}{5}AD &= 0 \\
 \frac{4}{5}AD &= 100 - 175
 \end{aligned}$$

$$AD = -\frac{75 \times 5}{4}$$

$$AD = -93.75 \text{ kg.}$$

$$\therefore AD = 93.75 \text{ kg. (อัด)}$$

ให้กลับหัวลูกศรของแรง AD ทั้งหมด

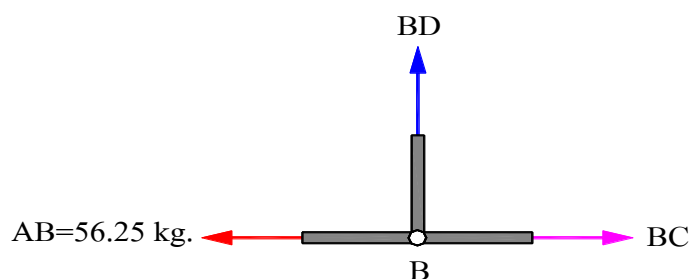


$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= 0 ; \quad \rightarrow + \\
 AB - \left(\frac{3}{5} \times 93.75\right) &= 0
 \end{aligned}$$

$$AB = \frac{3}{5} \times 93.75$$

$$\therefore AB = 56.25 \text{ kg. (ดึง)}$$

พิจารณา จุด B



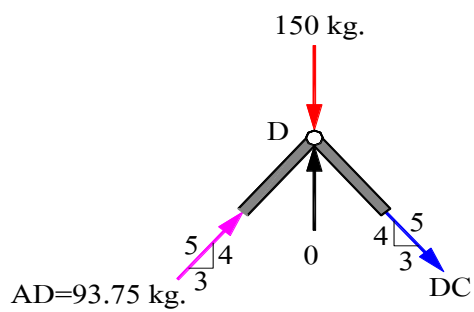
$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= 0 ; \quad \rightarrow + \\
 BC - 56.25 &= 0
 \end{aligned}$$

$$BC = 56.25$$

$$\therefore BC = 56.25 \text{ kg. (ดึง)}$$

$$\begin{aligned}
 \sum F_y &= 0 ; \quad \uparrow + \\
 \therefore BD &= 0 \text{ kg.}
 \end{aligned}$$

พิจารณา จุด D



$$\sum F_x = 0 ; \quad \rightarrow +$$

$$\frac{3}{5}DC + 56.25 = 0$$

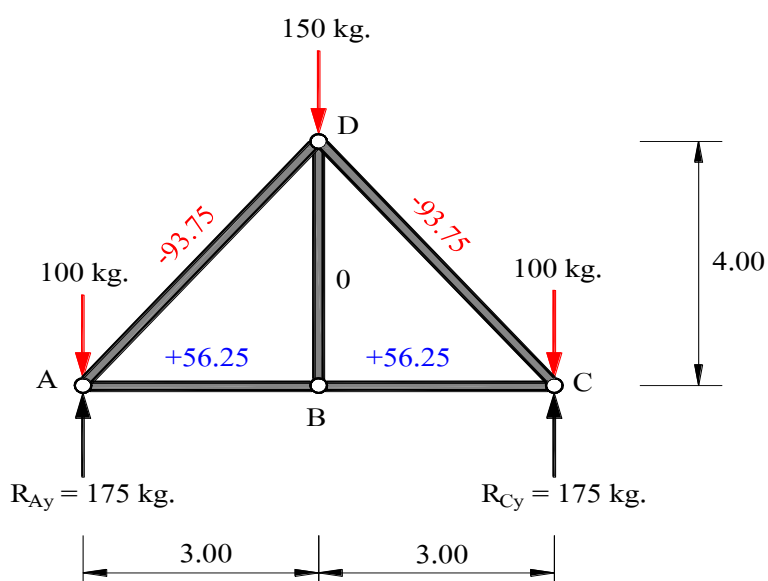
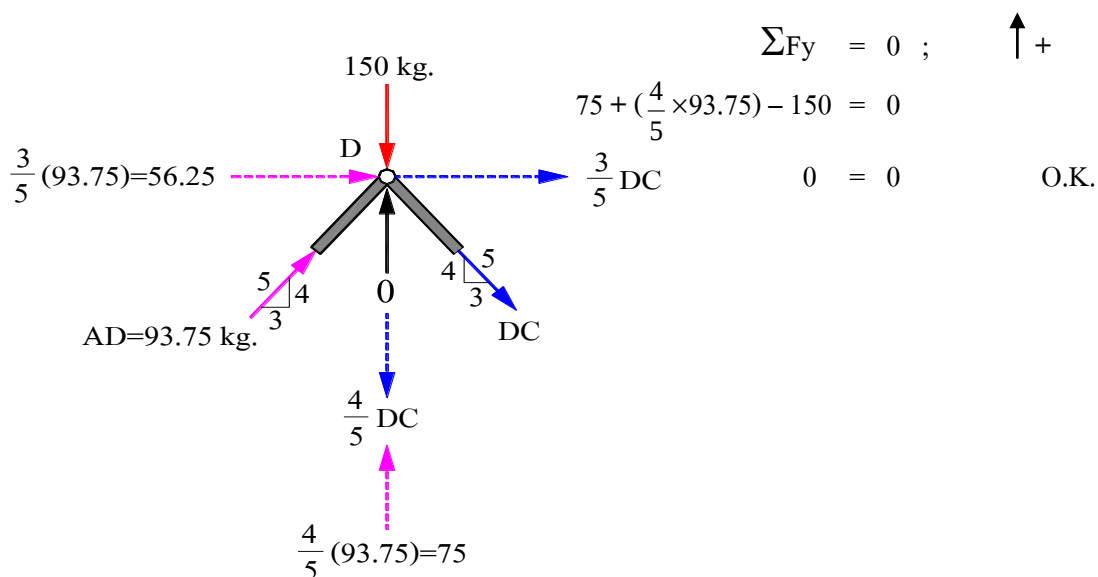
$$\frac{3}{5}DC = -56.25$$

$$DC = -\frac{56.25 \times 5}{3}$$

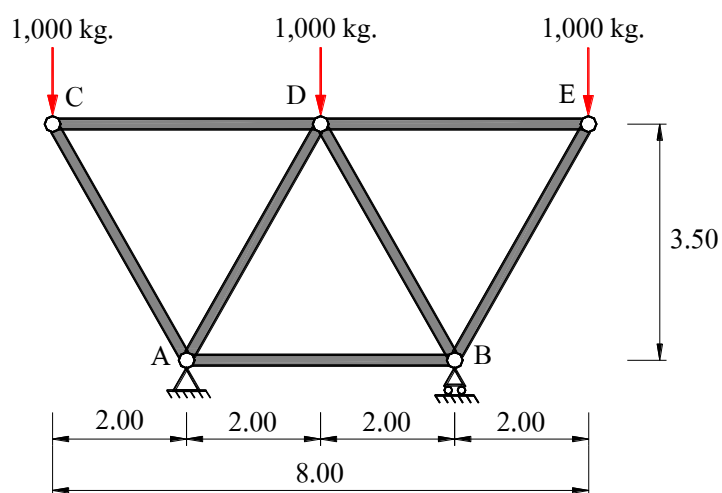
$$DC = -93.75 \text{ kg.}$$

$$\therefore DC = 93.75 \text{ kg. (อัด)}$$

ให้กลับหัวลูกศรของแรง DC

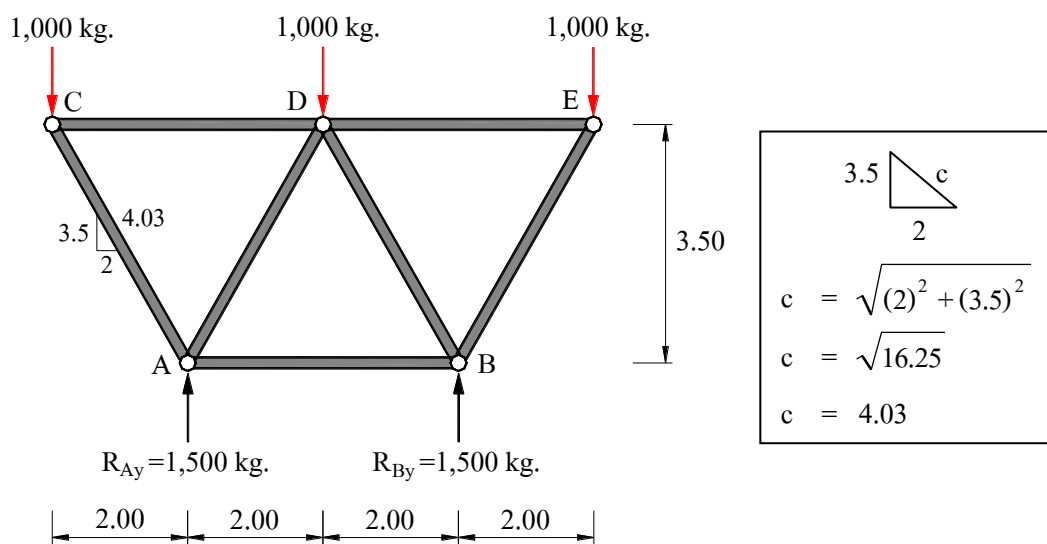


ตัวอย่างที่ 4.2 จงหาแรงภายในของโครงถัก ซึ่งรับแรงดังแสดงในรูป โดยวิธีคำนวณจุดต่อ (Joint Method)



วิธีทำ

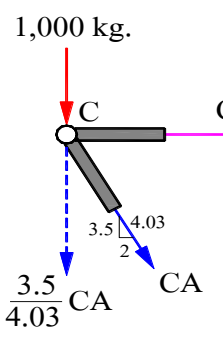
หาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับของโครงถัก



$$R_{Ay} = R_{By} = \frac{(1,000 + 1,000 + 1,000)}{2} = 1,500 \text{ kg.} \uparrow$$

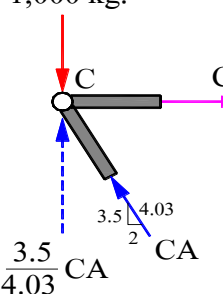
พิจารณา จุด C

เลือกพิจารณาแนวที่มีตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวก่อน



$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 ; \quad \uparrow + \\ -1,000 - \frac{3.5}{4.03} CA &= 0 \\ -1,000 &= \frac{3.5}{4.03} CA \\ -\frac{1,000 \times 4.03}{3.5} &= CA \\ -1,151.43 &= CA \\ \therefore CA &= 1,151.43 \text{ kg. (อัด)}\end{aligned}$$

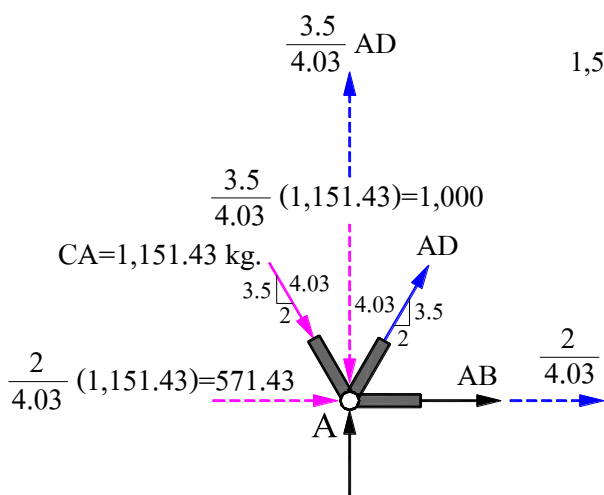
ให้กลับหัวลูกศรของแรง CA ทั้งหมด



$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 ; \quad \rightarrow + \\ CD - \frac{2}{4.03} CA &= 0 \\ CD &= \frac{2}{4.03} \times 1,151.43 \\ CD &= 571.43 \\ \therefore CD &= 571.43 \text{ kg. (ดึง)}\end{aligned}$$

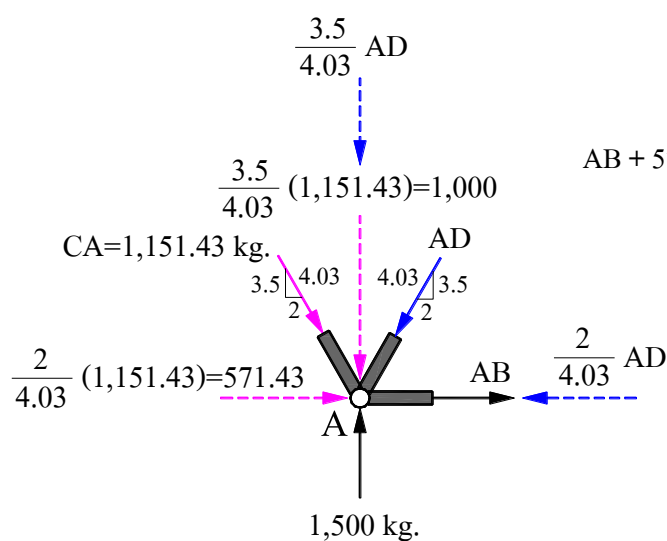
พิจารณา จุด A

เลือกพิจารณาแนวที่มีตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวก่อน



$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 ; \quad \uparrow + \\ 1,500 - 1,000 + \frac{3.5}{4.03} AD &= 0 \\ \frac{3.5}{4.03} AD &= 1,000 - 1,500 \\ AD &= -\frac{500 \times 4.03}{3.5} \\ AD &= -575.71 \text{ kg.} \\ \therefore AD &= 575.71 \text{ kg. (อัด)}\end{aligned}$$

ให้กลับหัวลูกศรของแรง AD ทั้งหมด



$$\sum F_x = 0 ; \rightarrow +$$

$$AB + 571.43 - \frac{2}{4.03} AD = 0$$

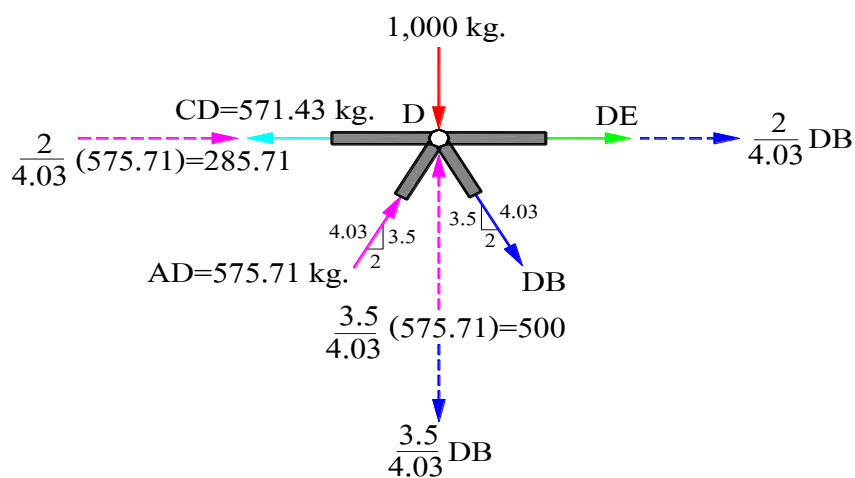
$$AB = \left(\frac{2}{4.03} \times 575.71 \right) - 571.43$$

$$AB = -285.72 \text{ kg.}$$

$$\therefore AB = -285.72 \text{ kg. (อัด)}$$

ให้กลับหัวลูกศรของแรง AB

พิจารณา จุด D



$$\sum F_y = 0 ; \uparrow +$$

$$500 - 1,000 - \frac{3.5}{4.03} DB = 0$$

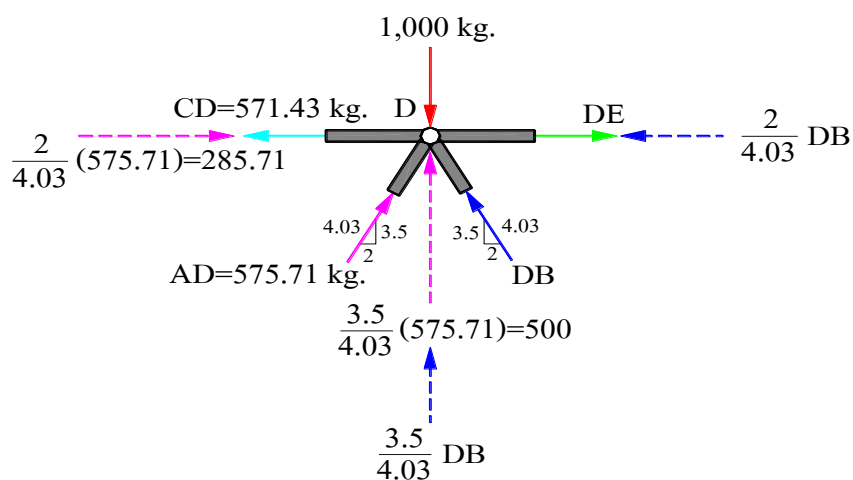
$$-500 = \frac{3.5}{4.03} DB$$

$$-\frac{500 \times 4.03}{3.5} = DB$$

$$-575.71 = DB$$

$$\therefore DB = 575.71 \text{ kg. (อัด)}$$

ให้กลับหัวลูกศรของแรง DB ทั้งหมด



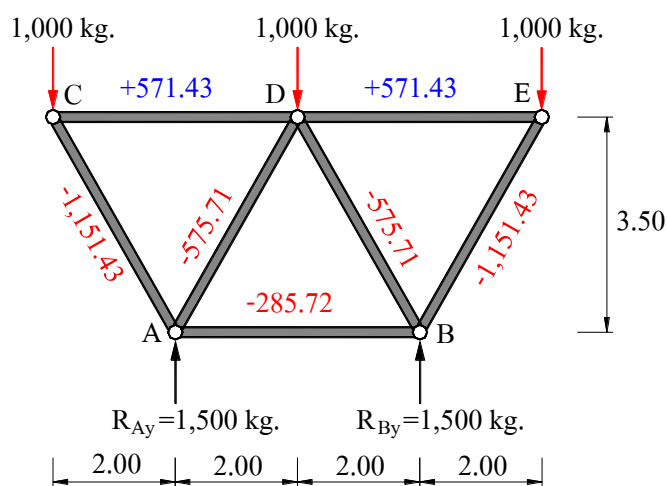
$$\sum F_x = 0 ; \quad \rightarrow +$$

$$285.71 - 571.43 + DE - \frac{2}{4.03} DB = 0$$

$$DE = 285.72 + \left(\frac{2}{4.03} \times 575.71 \right)$$

$$DE = 571.43 \text{ kg.}$$

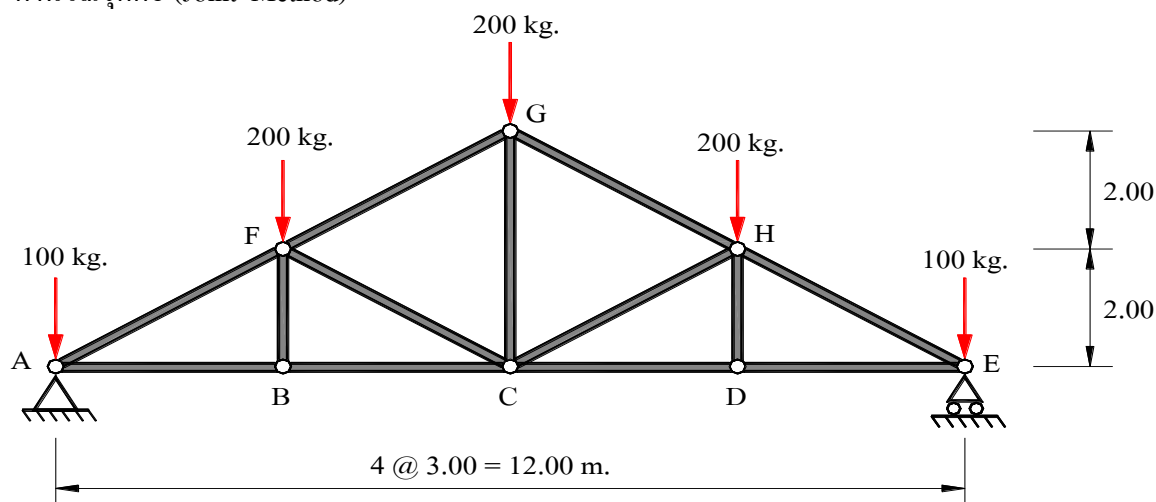
$$\therefore DE = 571.43 \text{ kg. (คิ่ง)}$$



ในโครงถักที่สมมาตร โดยมีลักษณะโครงสร้างและแรงกระทำทั้งซ้าย – ขวาเท่ากัน ดังนั้น
แรงภายในของโครงถักจะมีค่าเท่ากันทั้งซ้าย – ขวาเช่นกัน จึงไม่จำเป็นต้องคำนวณหาจนครบทุก
จุดต่อ

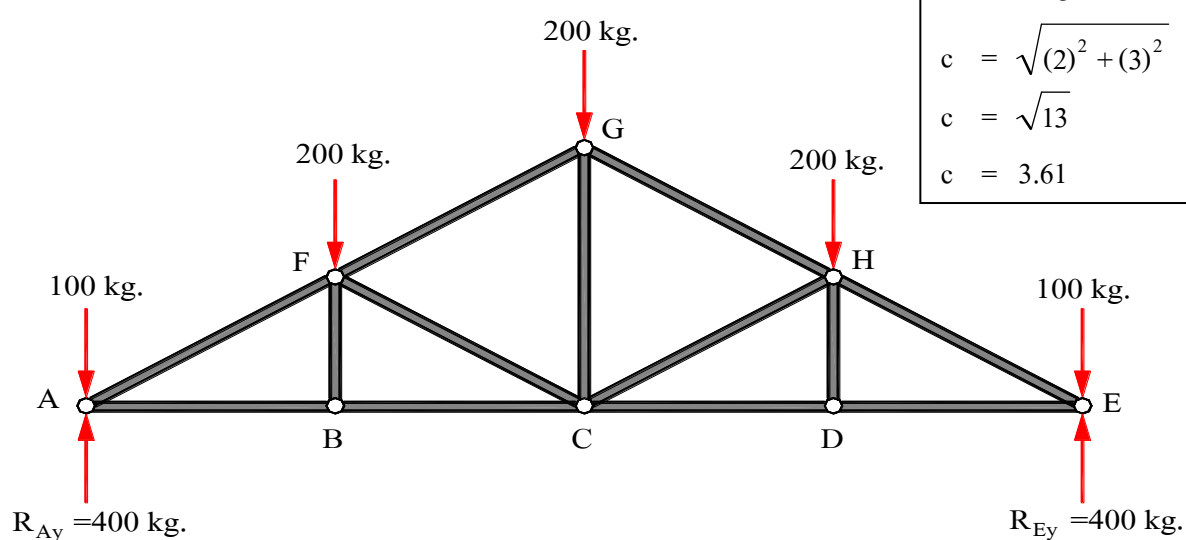
ตัวอย่างที่ 4.3

หาแรงภายในของโครงถัก ณ จุด A , B , C , H , I และ J ซึ่งรับแรงดังแสดงในรูป โดยวิธี
คำนวณจุดต่อ (Joint Method)



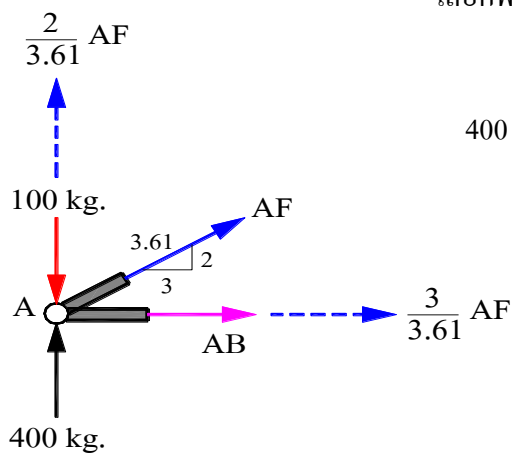
วิธีทำ

หาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับของโครงสร้าง



$$R_{Ay} = R_{Ey} = \frac{(100 + 200 + 200 + 200 + 100)}{2} = 400 \text{ kg.} \uparrow$$

พิจารณา จุด A



เลือกพิจารณาทิศทางที่มีตัวไม่ทราบค่าเพียง 1 ตัวก่อน

$$\sum F_y = 0 ; \uparrow +$$

$$400 - 100 + \frac{2}{3.61} AF = 0$$

$$\frac{2}{3.61} AF = -400 + 100$$

$$AF = -\frac{300 \times 3.61}{2}$$

$$AF = -541.5 \text{ kg.}$$

$$\therefore AF = 541.5 \text{ kg. (อัด)}$$

ให้กลับหัวลูกศรของแรง AF ทั้งหมด

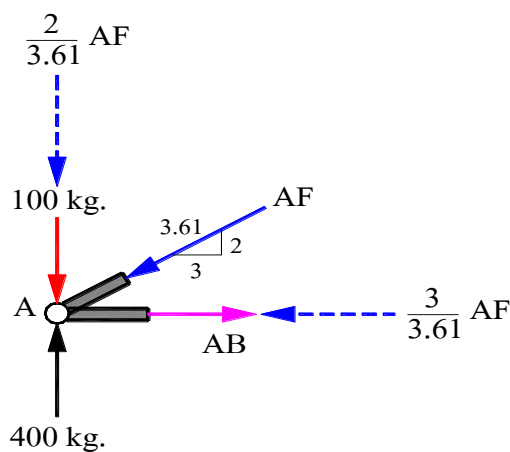
$$\sum F_x = 0 ; \rightarrow +$$

$$AB - \frac{3}{3.61} AF = 0$$

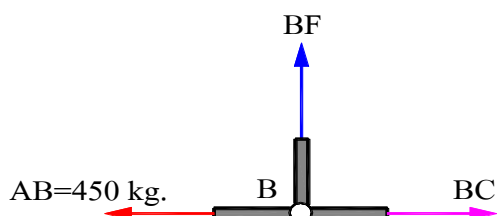
$$AB = \frac{3}{3.61} \times 541.5$$

$$AB = 450 \text{ kg.}$$

$$\therefore AB = 450 \text{ kg. (ดึง)}$$



พิจารณา จุด B



$$\sum F_y = 0 ; \uparrow +$$

$$\therefore BF = 0 \text{ kg.}$$

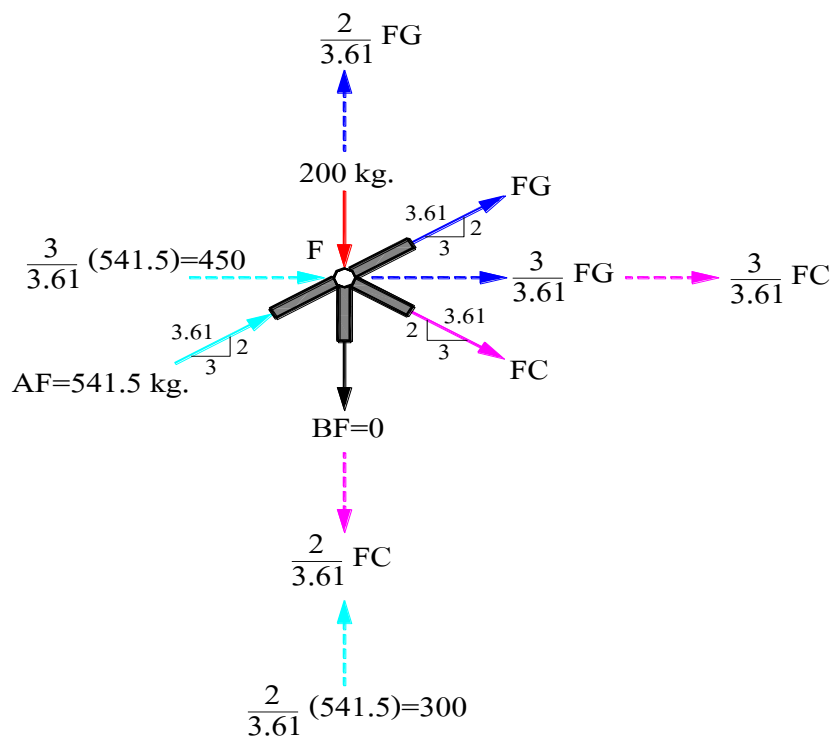
$$\sum F_x = 0 ; \rightarrow +$$

$$BC - 450 = 0$$

$$BC = 450$$

$$\therefore BC = 450 \text{ kg. (ดึง)}$$

พิจารณา จุด F



จากรูปจะเห็นว่าทั้งแกน X และแกน Y มีตัวไม่ทราบค่า 2 ตัวเหมือนกัน เพราะฉะนั้นจะต้องสร้างสมการและให้ติดค่าตัวไม่ทราบค่าไว้ก่อนทั้งแกน X และแกน Y แล้วจึงแก้สมการหาค่าที่เหลือ

$$\sum F_x = 0 ; \quad \rightarrow +$$

$$450 + \frac{3}{3.61} FG + \frac{3}{3.61} FC = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$\sum F_y = 0 ; \quad \uparrow +$$

$$300 - 200 + \frac{2}{3.61} FG - \frac{2}{3.61} FC = 0 \dots\dots\dots(2)$$

ต้องทำให้ตัวไม่ทราบค่าตัวใดตัวหนึ่งหายไปก่อน ในที่นี้จะให้ FG หายไปก่อน ด้วยการหาตัวเลขมาคูณเข้าในสมการ (1) และ (2) เพื่อให้ค่า FG มีค่าเท่ากันและนำมาหักล้างกัน

เอา 2 คูณเข้าในสมการ (1) จะได้

$$900 + \frac{6}{3.61} FG + \frac{6}{3.61} FC = 0 \dots\dots\dots(3)$$

เอา 3 คูณเข้าไปในสมการ (2) จะได้

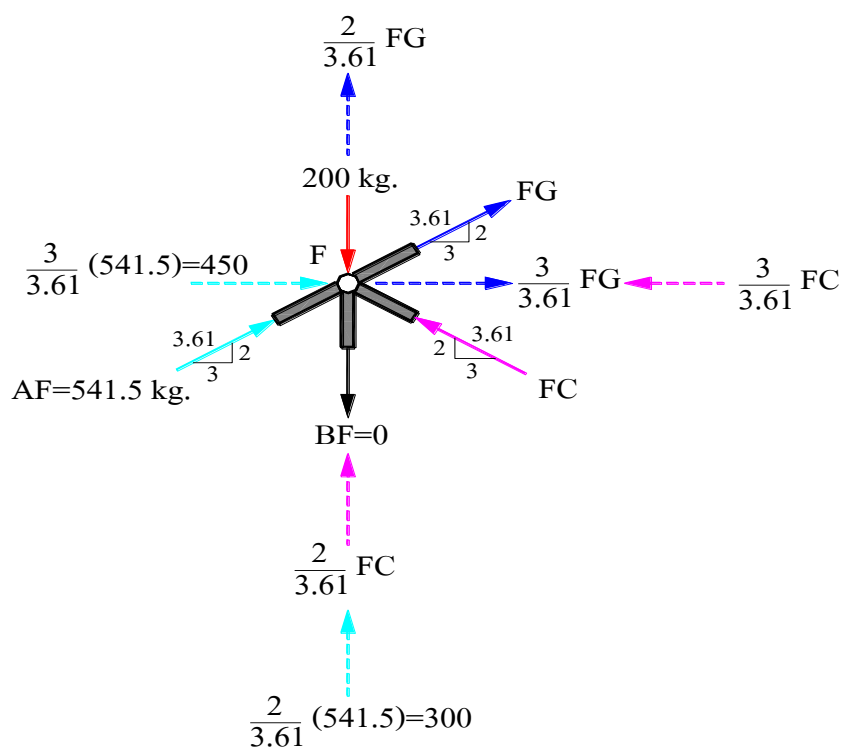
$$\begin{aligned}
 900 - 600 + \frac{6}{3.61} FG - \frac{6}{3.61} FC &= 0 \\
 300 + \frac{6}{3.61} FG - \frac{6}{3.61} FC &= 0 \dots\dots\dots(4)
 \end{aligned}$$

เอาสมการ (3) - (4) จะได้

$$\begin{aligned}
 600 + 0 + \frac{12}{3.61} FC &= 0 \\
 \frac{12}{3.61} FC &= -600 \\
 FC &= -\frac{(600 \times 3.61)}{12} \\
 FC &= -180.5 \text{ kg.}
 \end{aligned}$$

$$\therefore FC = 180.5 \text{ kg. (อัด)}$$

ให้กลับหัวลูกศรของแรง FC ทั้งหมด



$$\Sigma F_x = 0 ; \quad \rightarrow +$$

$$450 + \frac{3}{3.61} FG - \frac{3}{3.61} FC = 0$$

$$\frac{3}{3.61} FG = \left(\frac{3}{3.61} \times 180.5 \right) - 450$$

$$\frac{3}{3.61} FG = 150 - 450$$

$$FG = - \frac{(300 \times 3.61)}{3}$$

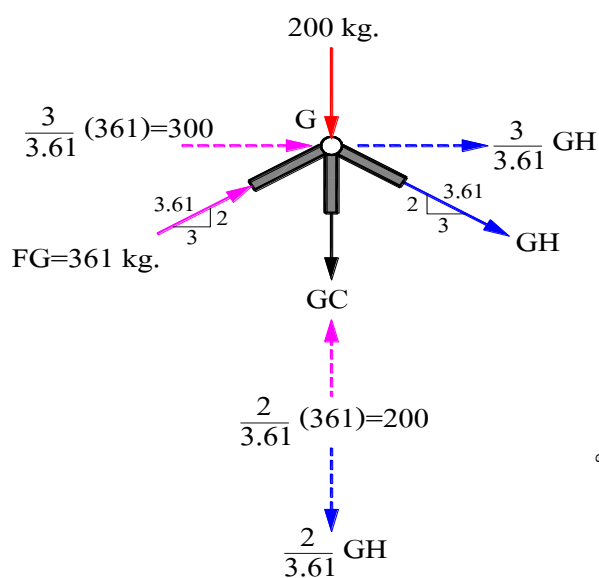
$$FG = -361 \text{ kg.}$$

$$\therefore FG = 361 \text{ kg. (อัด)}$$

ให้กลับหัวลูกศรของแรง FG

พิจารณา จุด G

เลือกพิจารณาทิศทางที่มีตัวไม่ทราบค่าเพียง 1 ตัวก่อน



$$\Sigma F_x = 0 ; \quad \rightarrow +$$

$$300 + \frac{3}{3.61} GH = 0$$

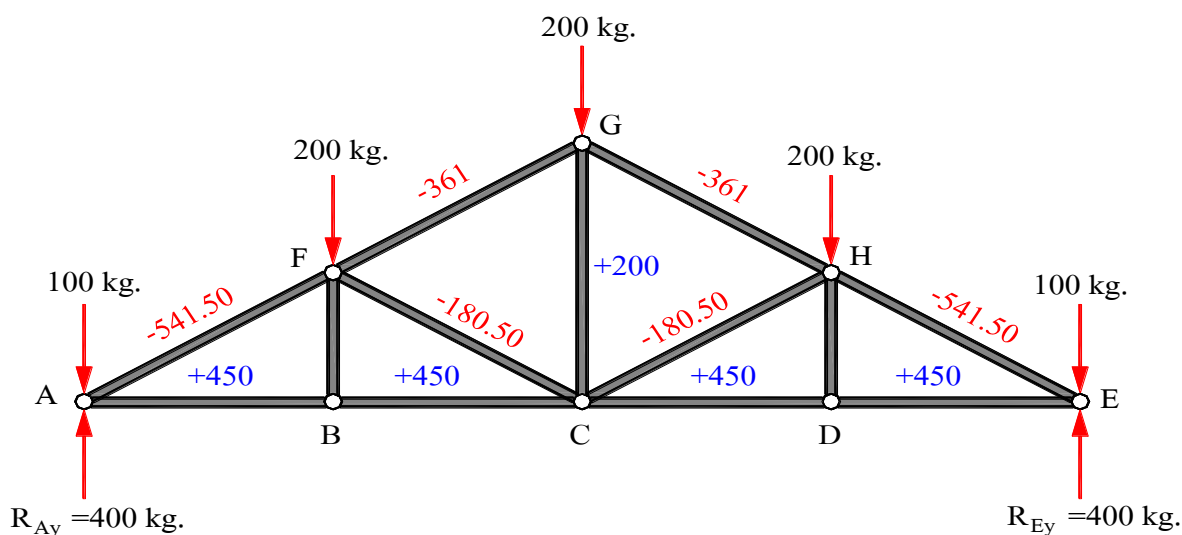
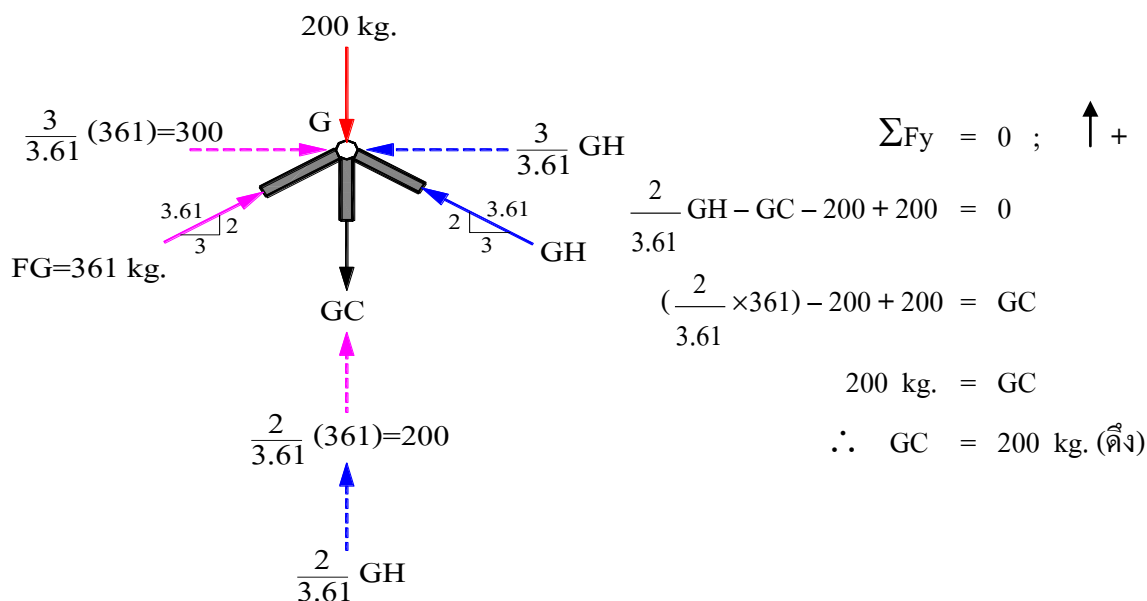
$$\frac{3}{3.61} GH = -300$$

$$GH = - \frac{(300 \times 3.61)}{3}$$

$$GH = -361$$

$$\therefore GH = 361 \text{ kg. (อัด)}$$

ให้กลับหัวลูกศรของแรง GH ทั้งหมด



4.6.2 วิธีคำนวณส่วนตัด (Section Methods)

การคำนวณหาแรงภายใน โครงถักโดยวิธีคำนวณส่วนตัด เป็นวิธีที่ค่อนข้างทำได้รวดเร็ว เพราะไม่จำเป็นต้องเริ่มที่จุดแรกแล้วไล่จุดถัดไปเรื่อยๆ เหมือนวิธีคำนวณจุดต่อ โดยสามารถเลือกตัด Section ณ ตำแหน่งที่ต้องการทราบค่าได้เลย ซึ่งมีเงื่อนไขคือต้องตัดผ่านตัวไม่ทราบค่าไม่เกิน 3 ตัวเท่านั้น

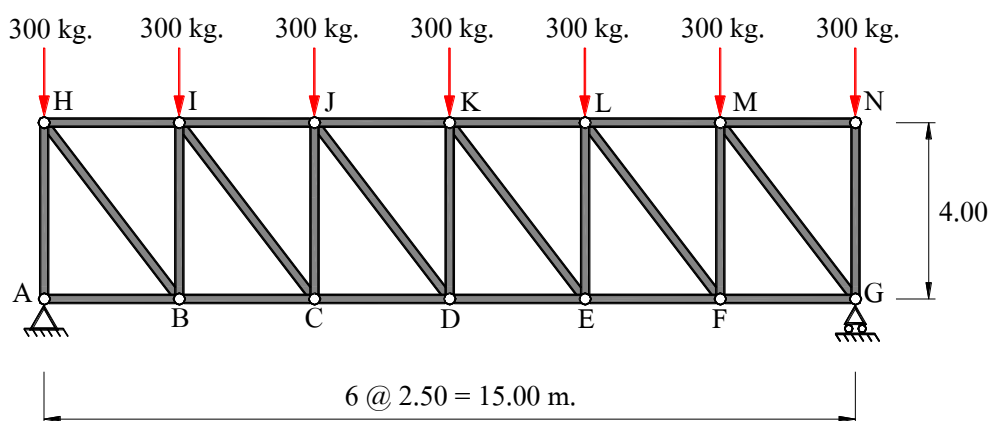
ขั้นตอนการคำนวณหาค่าแรงภายในโครงถักโดยวิธีคำนวณส่วนตัด

- 1) คำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับของโครงถัก
- 2) พิจารณาตัด Section ตรงหน้าตัดที่มีตัวไม่ทราบค่าไม่เกิน 3 ตัว
- 3) สมมติให้แรงที่ยังไม่ทราบค่าให้เป็นแรงดึงไว้ก่อน
- 4) ใช้สมการสมดุล $\Sigma M = 0$ คำนวณหาตัวไม่ทราบค่าโดยเลือกจุดหมุนให้

เหลือตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียว

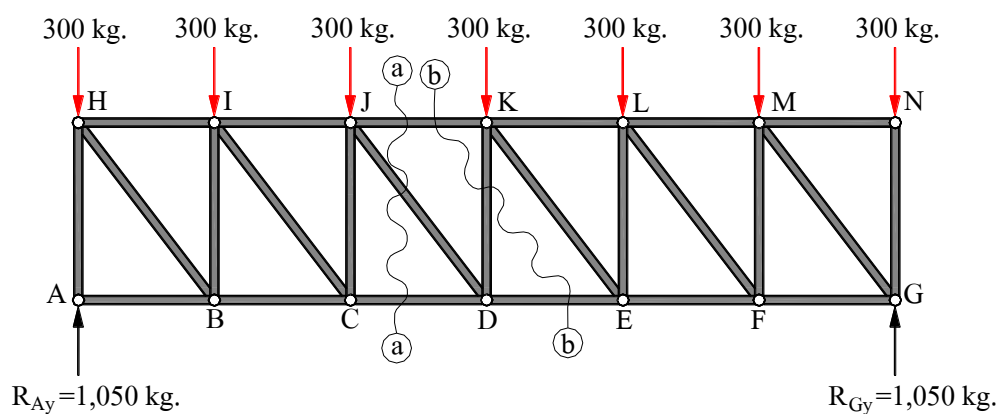
ตัวอย่างที่ 4.4

จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วน CD , JK , JD , DK และ DE ของโครงถัก ซึ่งรับน้ำหนักดังรูป โดยวิธีคำนวณส่วนตัด (Section Method)



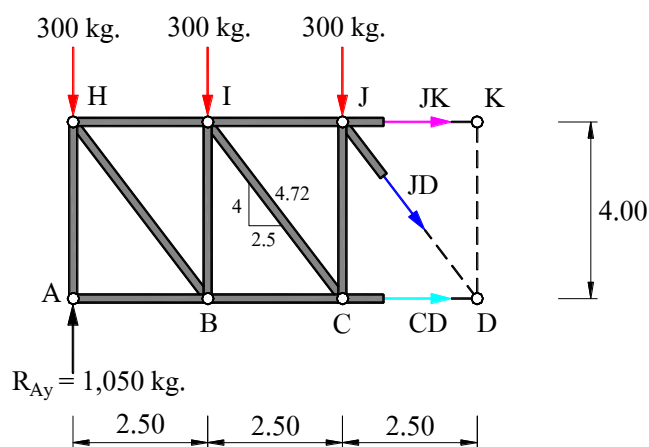
วิธีทำ

หาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ



$$R_{Ay} = R_{Gy} = \frac{(300 \times 7)}{2} = 1,050 \text{ kg. } \uparrow$$

พิจารณาตัด Section ที่หน้าตัด a - a



$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{c} 4 \\ \triangle \\ 2.5 \end{array} \quad c \\
 c &= \sqrt{(2.5)^2 + (4)^2} \\
 c &= \sqrt{22.25} \\
 c &= 4.72
 \end{aligned}$$

หาแรง CD ; ให้ J เป็นจุดหมุน

$$\Sigma M_J = 0 ; \quad (+)$$

$$(1,050 \times 5) - (300 \times 5) - (300 \times 2.5) - (CD \times 4) = 0$$

$$5,250 - 1,500 - 750 = 4CD$$

$$\frac{3,000}{4} = CD$$

$$750 \text{ kg.} = CD$$

$$\therefore CD = 750 \text{ kg. (ดึง)}$$

หาแรง JK ; ให้ D เป็นจุดหมุน

$$\Sigma M_D = 0 ; \quad (+)$$

$$(1,050 \times 7.5) - (300 \times 7.5) - (300 \times 5) - (300 \times 2.5) + (JK \times 4) = 0$$

$$4JK = -7,875 + 2,250 + 1,500 + 750$$

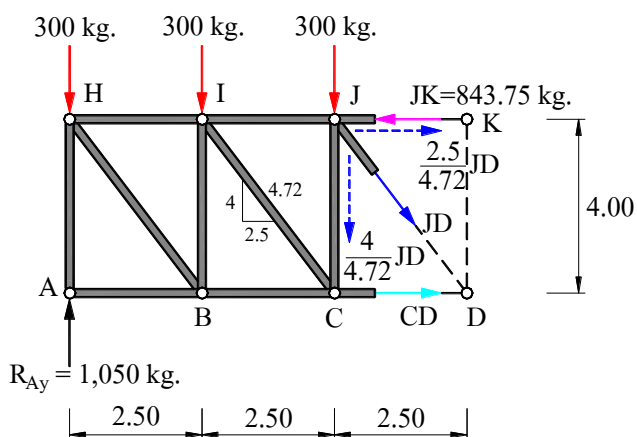
$$JK = -\frac{3,375}{4}$$

$$JK = -843.75 \text{ kg.}$$

$$\therefore JK = 843.75 \text{ kg. (อัด)}$$

ให้กลับหัวลูกศรของแรง JK

แตกแรง JD ให้อยู่ในแนวแกน X และแกน Y



หาแรง JD ; ให้ C เป็นจุดหมุน

$$\Sigma M_C = 0 ; \quad \curvearrowright$$

$$(1,050 \times 5) - (300 \times 5) - (300 \times 2.5) - (843.75 \times 4) + \left(\frac{2.5}{4.72} JD \times 4 \right) = 0$$

$$5,250 - 1,500 - 750 - 3,375 + \frac{10}{4.72} JD = 0$$

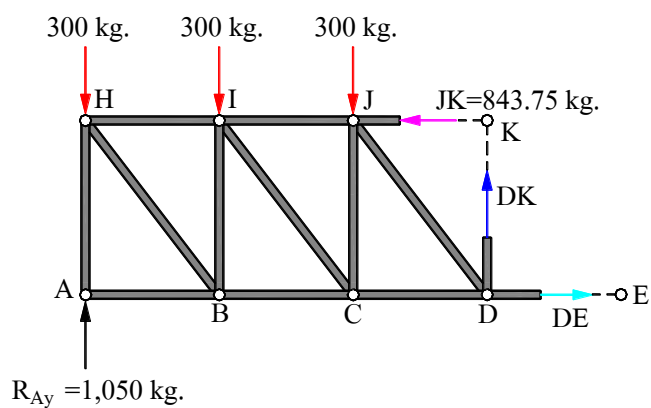
$$\frac{10}{4.72} JD = -5,250 + 1,500 + 750 + 3,375$$

$$JD = \frac{375 \times 4.72}{10}$$

$$JD = 177 \text{ kg.}$$

$$\therefore JD = 177 \text{ kg. (คิ่ง)}$$

พิจารณาตัด Section ที่หน้าตัด b - b



หาแรง DK ; ให้ A เป็นจุดหมุน

$$\Sigma M_A = 0 ; \quad \curvearrowright$$

$$(300 \times 2.5) + (300 \times 5) - (843.75 \times 4) - (DK \times 7.5) = 0$$

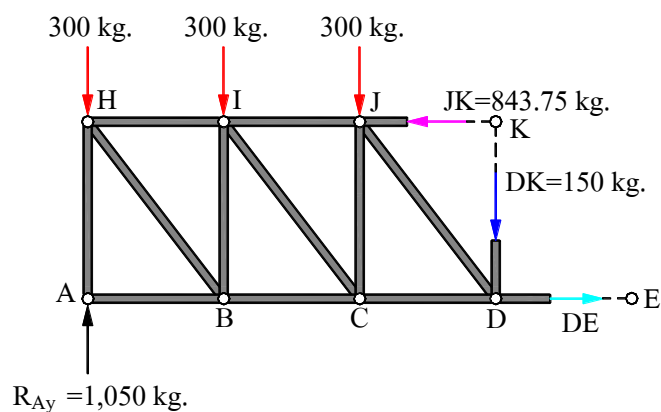
$$750 - 1,500 - 3,375 = 7.5DK$$

$$-\frac{1,125}{7.5} = DK$$

$$-150 \text{ kg.} = DK$$

$$\therefore DK = 150 \text{ kg. (อัด)}$$

ให้กลับหัวลูกศรของแรง DK



หาแรง DE ; ให้ H เป็นจุดหมุน

$$\Sigma M_H = 0 ; \quad \curvearrowright$$

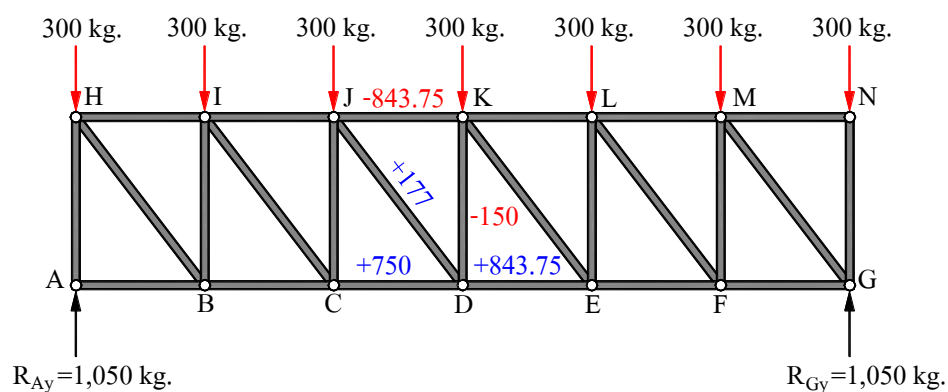
$$(300 \times 2.5) + (300 \times 5) + (150 \times 7.5) - (DE \times 4) = 0$$

$$750 + 1,500 + 1,125 = 4DE$$

$$\frac{3,375}{4} = DE$$

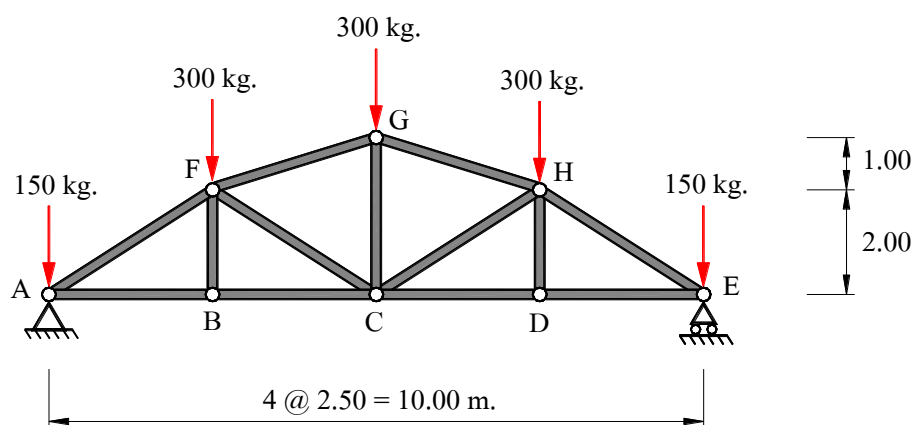
$$843.75 \text{ kg.} = DE$$

$$\therefore DE = 843.75 \text{ kg. (ดึง)}$$



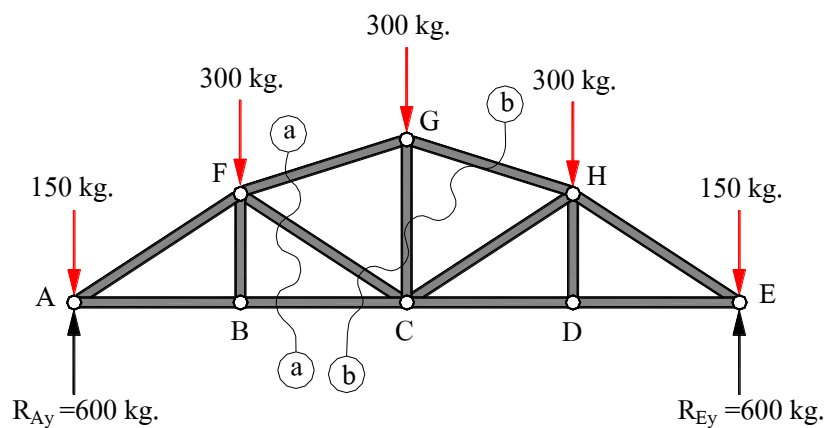
ตัวอย่างที่ 4.5

จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วน BC , FC , FG และ GC ของโครงถัก ซึ่งรับน้ำหนักดังรูป โดยวิธีคำนวณส่วนตัด (Section Method)



วิธีทำ

หาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ



$$R_{Ay} = R_{Ey} = \frac{150 + 300 + 300 + 300 + 150}{2} = 600 \text{ kg.} \uparrow$$

$$c = \sqrt{(1)^2 + (2.5)^2}$$

$$c = \sqrt{7.25}$$

$$c = 2.69$$

$$c = \sqrt{(2)^2 + (2.5)^2}$$

$$c = \sqrt{10.25}$$

$$c = 3.20$$

หาแรง GC ; ให้ F เป็นจุดหมุน

$$\Sigma M_F = 0 ; \quad \curvearrowright +$$

$$(600 \times 2.5) - (150 \times 2.5) + (300 \times 2.5) - (562.5 \times 2) + (GC \times 2.5) - \left(\frac{1}{2.69} \times 537.63 \times 2.5 \right) - \left(\frac{2.5}{2.69} \times 537.63 \times 1 \right) = 0$$

$$1,500 - 375 + 750 - 1,125 + 2.5GC - 499.66 - 499.66 = 0$$

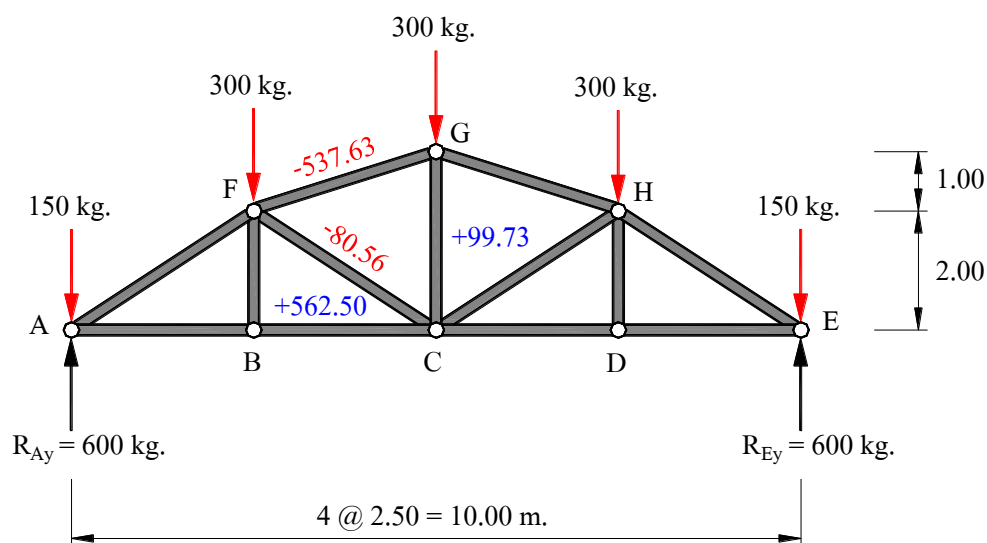
$$2.5GC - 249.32 = 0$$

$$2.5GC = 249.32$$

$$GC = \frac{249.32}{2.5}$$

$$GC = 99.73 \text{ kg.}$$

$$\therefore GC = 99.73 \text{ kg. (คิ่ง)}$$



ข้อสังเกต

การเลือกจุดหมุนเพื่อคำนวณหาตัวไม่ทราบค่า ควรเลือกจุดที่มีแรงทราบค่าแล้วและไม่ทราบค่าผ่านหลายๆ แรง โดยให้เหลือแรงที่ไม่ทราบค่าที่ต้องการคำนวณเพียงแรงเดียว เพื่อจะได้ลดภาระในการคำนวณลง

แบบฝึกหัดท้ายบทหน่วยที่ 4

ตอนที่ 1 จงเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. โครงถัก (Truss) หมายถึง.....

.....

2. รูปทรงพื้นฐานของโครงถัก คือ รูปทรง.....

.....

3. ชื่อของชิ้นส่วนที่ประกอบขึ้นเป็นโครงถัก ได้แก่.....

.....

4. โครงถักแบบโครงสะพานที่นิยมใช้งานมี.....แบบ ได้แก่.....

.....

5. แรงภายในชิ้นส่วนของโครงถักโดยทั่วไปมี.....แรง
ได้แก่.....

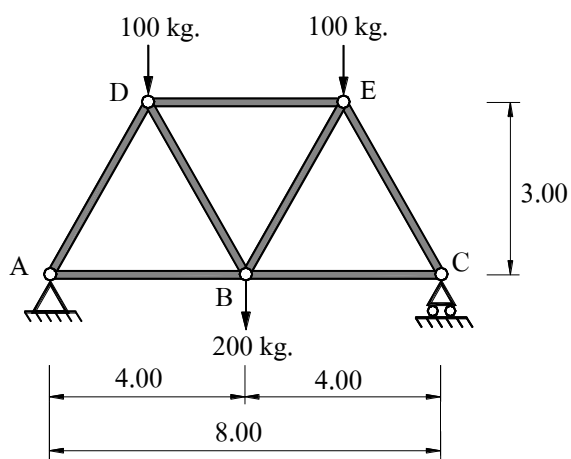
.....

6. การหาแรงภายในโครงถักสามารถแบ่งได้เป็น.....วิธี
ได้แก่.....

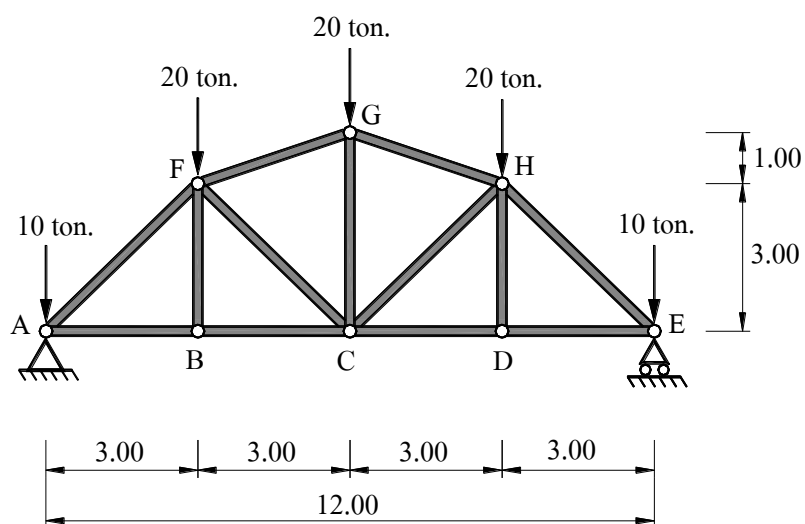
.....

ตอนที่ 2 จงคำนวณหาแรงภายในโครงถักแบบดีเทอร์มิเนท

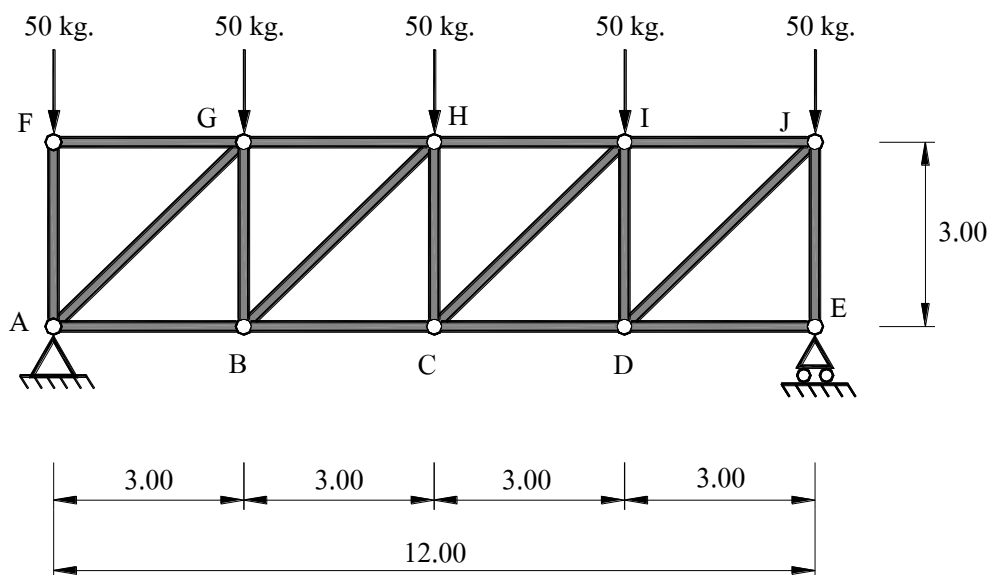
1. จงคำนวณหาแรงภายในโครงถักซึ่งรับน้ำหนักดังรูป โดยวิธีคำนวณจุดต่อ (Joint Method)



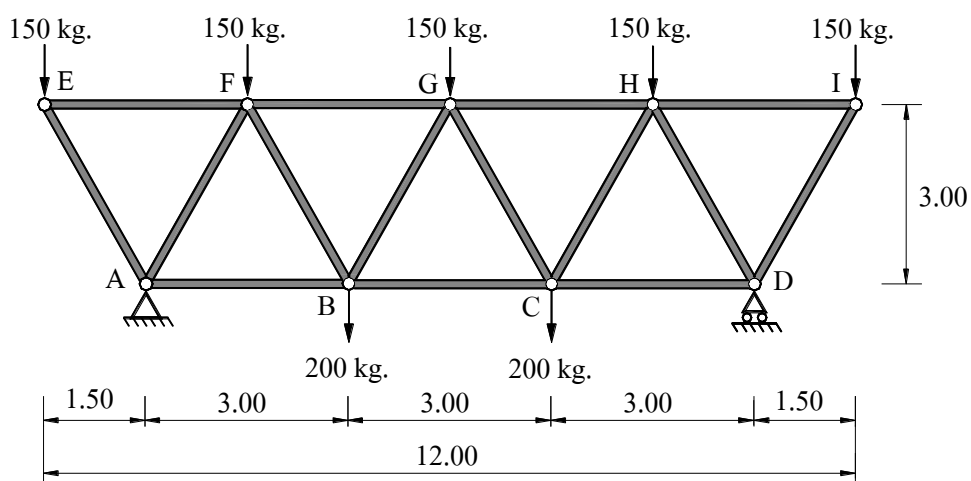
2. จงคำนวณหาแรงภายในโครงถักซึ่งรับน้ำหนักดังรูป โดยวิธีคำนวณจุดต่อ (Joint Method)



3. จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วน BC , GC , GH , HI , HC , CI และ CD ของโครงถัก ซึ่งรับน้ำหนักดังรูป โดยวิธีคำนวณส่วนตัด (Section Method)



4. จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วน FG , FB , AB , BG และ BC ของโครงถัก ซึ่งรับน้ำหนักดังรูป โดยวิธีคำนวณส่วนตัด (Section Method)



บรรณานุกรม

เฉลิมศักดิ์ นามเชิงใต้. โครงสร้าง 1 - 2. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์ กราฟิการ์ต, 2527.

ชาญชัย จารุจินดา. ทฤษฎีโครงสร้าง. กรุงเทพมหานคร : บุญเลิศการพิมพ์.

เทิดศักดิ์ สายสุทธิ และอวยชัย สุภาพจน์. กลศาสตร์งานโครงสร้าง. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

สุทธิ พลสวัสดิ์และคณะ. ความแข็งแรงของวัสดุสำหรับช่างเทคนิค. กรุงเทพมหานคร : อำนวยการพิมพ์, 2530.

สุระเชษฐ รุ่งวัฒนพงษ์. กลศาสตร์ของแข็ง. กรุงเทพมหานคร : บริษัท ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด, 2538.

สมปอง สว่างแสง. ทฤษฎีโครงสร้าง. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์การศาสนา กรมการศาสนา, 2537.

โสภณ วงศ์มีทรัพย์ และเกษม จารุปาน. กลศาสตร์วิศวกรรม, ภาศสถิตศาสตร์.
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

Andrew Pytel, Jaan Kiusalass. **Engineering Mechanics**, Statics & Dynamics, SI Edition, 1996.

Ferdinand and Fowler. **Engineering Mechanics**, Statics & Dynamics : Harper & Row Publishers, 1975.