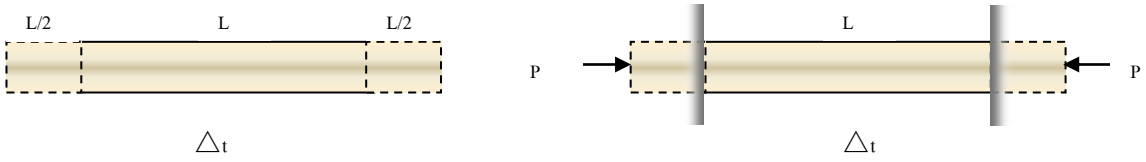
1.7 ความเค้นที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ (Temperature Stresses)

วัตถุทุกชนิดจะขยายตัวหรือหดตัวเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ โดยจะขยายตัวเมื่อมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นและจะหดตัวเมื่ออุณหภูมิลดลง ถ้าวัตถุขยายตัวหรือหดตัวได้อย่างอิสระก็จะไม่เกิดความเค้นขึ้น แต่ถ้าวัตถุไม่อาจขยายตัวหรือหดตัวได้อย่างอิสระก็จะเกิดความเค้นขึ้นในวัตถุนั้น ซึ่งเรียกว่า **ความเค้นที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ**

วัตถุทุกชนิดที่ไม่ถูกตรึงไว้ (Restrained) จะเปลี่ยนมิติ (Dimension) เมื่ออุณหภูมิเปลี่ยน วัสดุจะขยายตัวเมื่ออุณหภูมิเพิ่ม แต่จะหดตัวเมื่ออุณหภูมิลด ส่วนที่เปลี่ยนแปลงนี้ส่วนใหญ่จะวัดเป็นความยาว δ ซึ่งจะขึ้นอยู่กับความยาวเดิมของท่อนวัสดุ ชนิดของวัสดุและอุณหภูมิเปลี่ยนแปลง $\triangle t$ ดังนั้นจะคำนวณได้จากสมการ

$$\delta = \alpha L \Delta t \qquad (1.14)$$

ค่า α เรียกว่า สัมประสิทธิ์ของการขยายตัวเชิงเส้น (Linear Coefficient of Expansion) เป็นค่าคงที่สำหรับวัสดุแต่ละชนิด มีหน่วยเป็น / ^{0}C นั่นคือเป็นค่าของการยืดตัวหรือหดตัวต่อหนึ่งหน่วยความยาวเดิมต่ออุณหภูมิที่เปลี่ยนไปหนึ่งองศา



ก) การขยายตัวเนื่องจากอุณหภูมิเพิ่ม ข) แรงเค้นที่เกิดจากอุณหภูมิเพิ่ม

รูปที่ 1.14 แรงเค้นที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ

พิจารณาท่อนวัสดุในรูปที่ 1.14 (ก) เมื่ออุณหภูมิเพิ่ม $\triangle t$ จะขยายตัวเท่ากับ $\delta = \alpha L \Delta t$ แต่จะไม่มีแรงเค้นในท่อนวัสดุ แต่รูปที่ 1.14 (ข) จะขยายตัวไม่ได้เมื่อมีอุณหภูมิเพิ่ม $\triangle t$ เนื่องจากถูกยึดไว้แน่นที่ปลายทั้งสองข้าง นั่นก็คือจะมีแรง P ที่ปลายทั้งสองข้างของท่อนวัสดุมากดไว้ แรง P นี้มีขนานเท่ากับแรงที่จะกระทำให้ท่อนวัสดุที่ยาว L + δ (ความยาวที่ควรจะเป็นถ้าสามารถขยายตัวได้โดยอิสระ) หดตัวลงเหลือ = L ดังนั้นความเครียดที่เกิดขึ้นจะมีค่า

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L + \delta}$$

$$\varepsilon = \frac{\alpha L \Delta t}{L + \delta}$$

แต่ δ มีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับค่า L

ดังนั้น ความเครียดเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ

$$\varepsilon = \alpha \Delta t \qquad (1.15)$$

และ $$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$= E\alpha \Delta t$$

ดังนั้นความเค้นเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ

$$\sigma = \alpha \Delta t E \qquad (1.16)$$

ในกรณีที่อุณหภูมิเพิ่ม แต่ท่อนวัสดุถูกยึดไว้ไม่ให้เกิดการขยายตัวแรงเค้นที่เกิดขึ้นจึงเป็นแรงเค้นอัด แต่ถ้าอุณหภูมิลด ท่อนวัสดุถูกยึดไว้ไม่ให้หดตัว แรงเค้นที่เกิดขึ้นจึงเป็นแรงเค้นดึง

ตารางที่ 1.1 ค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นของวัสดุบางชนิด

วัสดุ	α ($/^0$C)
อลูมิเนียม	2.3×10^{-5}
ทองเหลือง	1.9×10^{-5}
ทองแดง	1.7×10^{-5}
เหล็ก	1.2×10^{-5}
คอนกรีต	1.2×10^{-5}

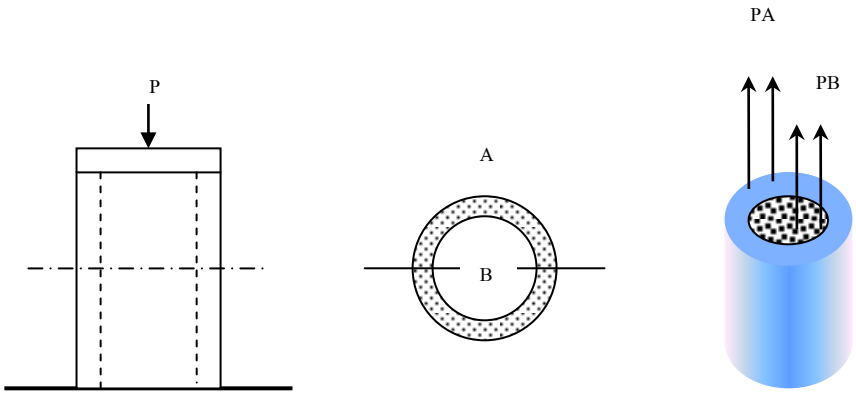
ค่าจากตะรางเป็นเพียงค่าเฉลี่ยเท่านั้น ในความเป็นจริงค่าจะแปลงเปลี่ยนไปตามอุณหภูมิ

1.8 ส่วนของโครงสร้างเชิงประกอบ (Composite Bar)

ถ้าส่วนของโครงสร้างที่ใช้รับแรงกระทำจากภายนอกเป็นแรงดึงหรือแรงอัดที่ประกอบด้วยวัสดุตั้งแต่สองชนิดขึ้นไป เรียกส่วนของโครงสร้างนั้นว่า ส่วนของโครงสร้างเชิงประกอบ ในการแก้ปัญหาต้องใช้สมการเกี่ยวกับการสมดุลยของแรงและสมการเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง ส่วนของโครงสร้างเชิงประกอบแบ่งการพิจารณาออกเป็น 2 แบบ คือ

1.) ส่วนของโครงสร้างเชิงประกอบขนานกัน

หมายถึงส่วนของโครงสร้างที่ประกอบด้วยวัสดุ 2 ชนิด ประกอบกันขึ้นแบบขนาน ซึ่งประกอบด้วยวัสดุ A และ B มีความยาวเท่ากันวางซ้อนกันดังแสดงในรูปที่ 1.15



รูปที่ 1.15 แสดงโครงสร้างเชิงประกอบขนานกัน

จากสมดุลของแรง

แรงภายนอก = แรงภายใน

$$P = P_A + P_B = A_A \sigma_A + A_B \sigma_B \qquad (1.17)$$

เมื่อ A_A และ A_B เป็นพื้นที่หน้าตัดของวัสดุ A และ B ตามลำดับ

σ_A และ σ_B เป็นความเค้นของท่อนวัสดุ A และ B ตามลำดับ

จากการสมดุลของการเปลี่ยนรูปร่าง

การหดตัวของวัสดุ A (δ_A) = การหดตัวของวัสดุ B (δ_B)

หรือ

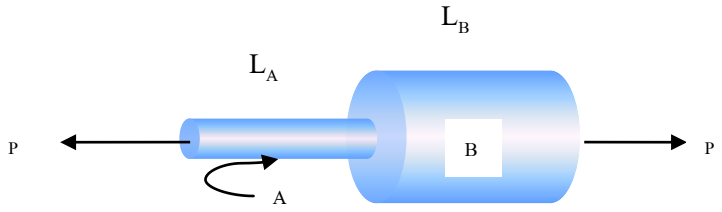
ความเครียดของวัสดุ A (ε_A) = ความเครียดของวัสดุ B (ε_B)

$$\frac{\sigma_A}{E_A} = \frac{\sigma_B}{E_B} \quad \text{หรือ} \quad \frac{P_A}{A_A E_A} = \frac{P_B}{A_B E_B} \tag{1.18}$$

จากสมการ (1.17) และ (1.18) สามารถหาค่าแรงในวัสดุแต่ละชนิดได้

2.) ส่วนของโครงสร้างเชิงประกอบอนุกรม

หมายถึงการเอาส่วนของโครงสร้างเชิงประกอบของวัสดุแต่ละชนิดมาต่อกันแบบอนุกรม



รูปที่ 1.16 ส่วนของโครงสร้างเชิงประกอบอนุกรม

จากสมการการสมดุลยของแรงจะได้

$$P_A = P_B = P \tag{1.19}$$

จากสมการการสมดุลยของการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง

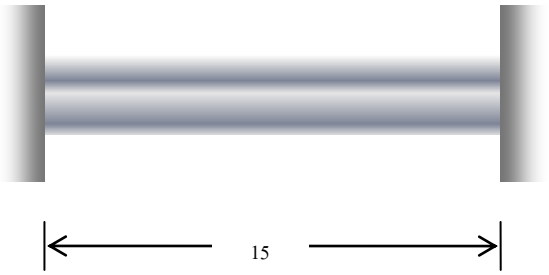
ส่วนที่ยืดรวม $\delta = \delta_A + \delta_B$

แต่ $\delta_A = \frac{P\,L_A}{E_A A_A}$ และ $\delta_B = \frac{P\,L_B}{E_B A_B}$

$$\delta = P\left[\frac{L_A}{E_A A_A} + \frac{L_B}{E_B A_B}\right] \tag{1.20}$$

ตัวอย่างที่ 1.5

ท่อเหล็กกล้ามีความยาว 15 เมตร ที่อุณหภูมิ 25 องศาเซลเซียส จงคำนวณหาระยะการยืดตัวของท่อ เมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนไปเป็น 78 องศาเซลเซียส และหาความเค้นที่เกิดขึ้นเมื่อท่อยืดตัวไม่ได้ โดยกำหนดให้ α เท่ากับ 12×10^{-6} /^{0}C และ E เท่ากับ 205 GN/m^2



<u>วิธีทำ</u>

จากสูตร $\delta = \alpha L \Delta t$

เมื่อ L = 15 x 1000 mm, α = 12 x 10^{-6} /^{0}C, Δt = 78 – 25 = 53 ^{0}C

แทนค่า

$$\delta = 12 \times 10^{-6} \times 53 \; 15 \times 1000$$

∴ ระยะยืดตัวของท่อนเหล็กกล้าเท่ากับ 9.54 mm. **Ans**

จากสูตร $\sigma = \alpha \, \Delta t \, E$

เมื่อ E = 205 x 10^3 N/mm , α = 12 x 10^{-6} / ^{0}C, Δt = 78 – 25 = 53 ^{0}C

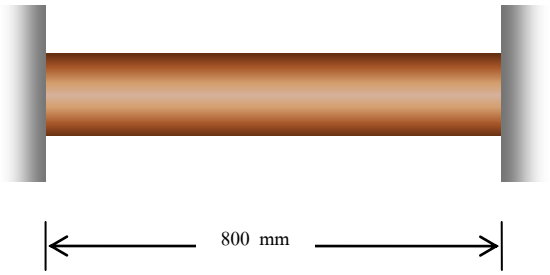
แทนค่า

$$\sigma = 12 \times 10^{-6} \times 53 \times 205 \times 10^3$$

∴ ความเค้นที่เกิดขึ้นเท่ากับ 130.38 N/mm^2 **Ans**

ตัวอย่างที่ 1.6

แท่งทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 mm ยาว 800 mm ยึดปลายทั้งสองข้างไว้แน่นไม่ให้ขยับตัวได้ ถ้าอุณหภูมิเพิ่มขึ้นเป็น 55 องสาเซลเซียส จงหาความเครียด ความเค้นและแรงกดที่เพิ่มขึ้น โดยให้ α เท่ากับ 16×10^{-6} / องศาเซลเซียส และ E เท่ากับ 135 GN/m^2



<u>วิธีทำ</u>

จากสูตร $\varepsilon = \alpha \Delta t$

เมื่อ $\alpha = 16 \times 10^{-6} / {}^0C$ และ $\Delta t = 55\ {}^0C$

แทนค่า $\varepsilon = 16 \times 10^{-6} \times 55 = 0.00088$

∴ ความเครียดเท่ากับ 0.00088 **Ans**

จากสูตร $\sigma = E\varepsilon$

เมื่อ $E = 135 \times 10^3$ N/mm^2 และ $\varepsilon = 0.00088$

แทนค่า $\sigma = 0.00088 \times 135 \times 10^3 = 118.8$ N/mm^2

∴ ความเค้นเท่ากับ 118.8 N/mm^2 **Ans**

จากสูตร $\sigma = \frac{P}{A}$

เมื่อ $A = \frac{\pi}{4} \times 50^2 = 1963.495$ mm^2, $\sigma = 118.8$ N/mm^2

แทนค่า

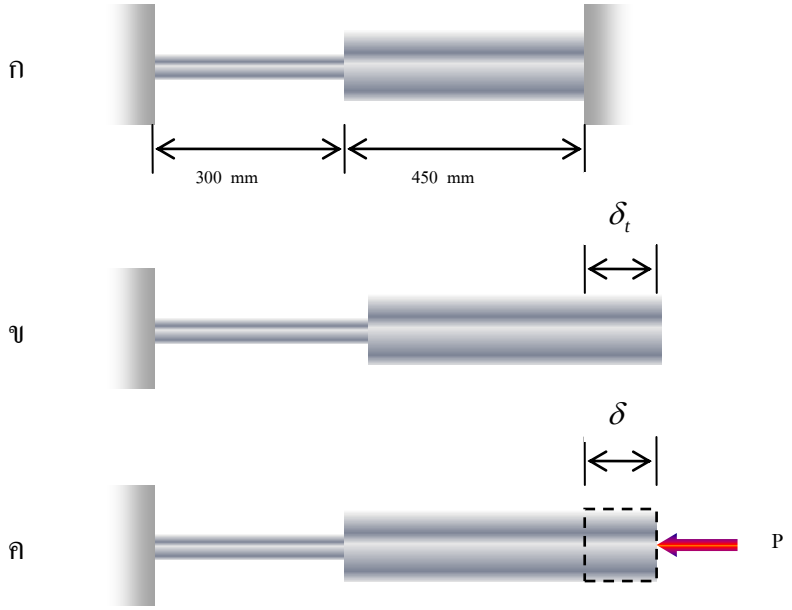
$$118.8 = \frac{P}{1963.495}$$

$$P = 118.8 \times 1963.495$$

∴ แรงที่กดเท่ากับ 233.263 kN **Ans**

ตัวอย่างที่ 1.7

ท่อนเหล็กท่อนหนึ่งยาว 750 มิลลิเมตร มีพื้นที่หน้าตัด 1300 mm^2 ตลอดความยาว 300 mm และ 2000 mm^2 ตลอดความยาวที่เหลือ 450 mm ที่อุณหภูมิ 25 ^0C เหล็กท่อนนี้จะยาวพอดีกับระยะระหว่างกำแพง ถ้าอุณหภูมิเพิ่มขึ้นเป็น 55 ^0C จงหาค่าความเค้นสูงสุดในท่อนเหล็ก กำหนดให้ E = 205 GN/m^2 α = 12 x 10^{-6}



<u>วิธีทำ</u>

จากความสัมพันธ์ ส่วนที่ยืดเนื่องจากอุณหภูมิ = ส่วนที่หดเนื่องจากแรงกด .....(1)

ส่วนที่ยืดเนื่องจากอุณหภูมิ พิจารณารูป ข

จากสูตร $\delta_t = \alpha L \Delta t$

= 12 x 10^{-6} x (55-25) x 750

= 0.27 mm

∴ ส่วนที่ยืดเนื่องจากอุณหภูมิเปลี่ยนแปลง = = 0.27 mm

ส่วนที่หดเนื่องจากแรงกด พิจารณารูป ค

จากสูตร $\delta = \frac{PL}{EA}$

$$\delta = \frac{P \times 300}{1300 \times 205 \times 10^3} + \frac{P \times 450}{2000 \times 205 \times 10^3}$$

$$= 2.22326 \text{ x } 10^{-6} \text{ P mm}$$

จากสมการที่ (1) ส่วนที่ยืดเนื่องจากอุณหภูมิ = ส่วนที่หดเนื่องจากแรงกด

$$0.27 = 2.22326 \text{ x } 10^{-6} \text{ P}$$

$$P = \frac{0.27}{2.22326 \times 10^{-6}}$$

$$= 121443.286 \text{ N}$$

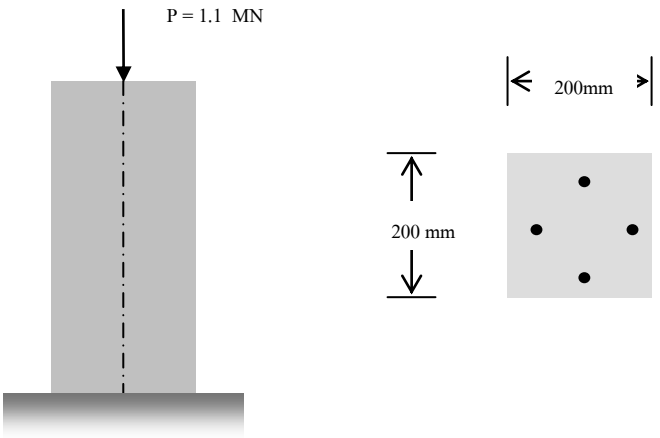
∴ ความเค้น

$$\sigma_A = \frac{121443.286}{1300} = 93.4179 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_B = \frac{121443.286}{2000} = 60.7216 \text{ N/mm}^2$$ **Ans**

ตัวอย่างที่1.8

เสาคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 200 x 200 mm ถูกเสริมด้วยเหล็กขนาด 450 mm^2 จำนวณ 4 เส้น ระยะห่างเท่า ๆ กัน ถ้าแรง P = 1.1 MN มากระทำอยู่ในแนวแกน จงหาค่าความเค้นในเหล็กและคอนกรีต กำหนดให้ Es เท่ากับ 205 GN/m^2 และ Ec = 14 GN/m^2



<u>วิธีทำ</u>

พิจารณาสมดุลการเปลี่ยนรูปร่าง การหดตัวของเหล็ก (δ_S) = การหดตัวของคอนกรีต (δ_C)

จากสูตร $\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{\sigma L}{E}$

$\delta_S = \delta_C$

หรือ $\frac{\sigma_S L}{E_S} = \frac{\sigma_C L}{E_C}$

$\therefore \sigma_S = \frac{E_S}{E_C} \cdot \sigma_C$

$= \frac{205\times10^3}{14\times10^3} \sigma_C$

$\therefore \sigma_S = 14.6428\ \sigma_C \ \text{N/mm}^2$ ……..……(1)

พิจารณาสมดุลของแรง

$P_S + P_C = P$

$A_S \sigma_S + A_C \sigma_C = 1.1 \times 10^6$ ……..(2)

เมื่อ $A_S = 4 \times 450 = 1800 \ \text{mm}^2$

$A_C = 200^2 - 1800 = 38200 \ \text{mm}^2$

แทนค่า (1) ใน (2)

$1800 \times 14.6428\ \sigma_C + 38200\ \sigma_C = 1.1 \times 10^6$

$64557.04\ \sigma_C = 1.1 \times 10^6$

$\sigma_C = \frac{1.1\times10^6}{64557.04}$

$\sigma_C = 17.039 \ \text{N/mm}^2$

แทนค่าใน (1)

$\sigma_S = 14.6428 \times 17.039$

$\sigma_S = 249.501 \ \text{N/mm}^2$

$\therefore$ ความเค้นในเหล็ก = 249.051 N/mm^2 **Ans**

$\therefore$ ความเค้นในคอนกรีต = 17.039 N/mm^2 **Ans**